

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
імені О. М. БЕКЕТОВА

В. П. ШПАЧУК

***СИНЕРГЕТИЧНИЙ ЕФЕКТ
У ДИНАМІЦІ БАГАТОВИМІРНИХ
МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ***

МОНОГРАФІЯ

ХАРКІВ
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2018

Рецензенти

Морачковський О. К. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

Пацегон М. Ф. – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теоретичної механіки Харківського національного університету імені В. М. Каразіна

Рекомендовано до друку Вченою радою Харківського національного університету
міського господарства імені О. М. Бекетова,
протокол № 4 від 28.11.2014

Шпачук В. П.

Ш83 Синергетичний ефект у динаміці багатовимірних механічних систем :
монографія / В. П. Шпачук ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. –
Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 172 с.

ISBN 978-966-695-435-3

У монографії встановлено, досліджено і розроблено наукові основи механізму взаємопідсилювальної та взаємопослаблювальної дії параметрів багатокоординатного вібраційного й ударного навантажень на базі теорії синергетичного ефекту стосовно задач вібронадійності об'єктів просторової структури з використанням двовимірних амплітудно-фазо-частотних та амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик об'єкта досліджень.

Призначено для науковців і фахівців у галузі віброміцності, вібростійкості й вібродіагностики об'єктів просторової структури, пов'язаних із підвищенням експлуатаційної надійності будівель та споруд, машин, агрегатів і конструкцій авіаційної, космічної і транспортної техніки, машинобудування, енергомашинобудування, суднобудування та комунального господарства, а також аспірантів та студентів ВНЗ.

УДК 534.1:621.81-192

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Розділ 1 Стан питання у сфері просторового вібронавантаження з огляду на особливості прояву синергетичного ефекту	9
1.1 Методи і системи вібраційних випробувань, визначення синергетичного ефекту в задачах вібронадійності.....	9
1.2 Конструктивні і структурні схеми установок.....	11
1.3 Визначення завдання дослідження.....	14
Розділ 2 Динамічні моделі багатовимірних об'єктів випробувань з огляду на типи просторового вібронавантаження.....	15
2.1 Узагальнені положення методу моделювання.....	15
2.2 Модель тривимірного ОПС в узагальнених координатах за трикоординатного поступально-кутового вібронавантаження.....	24
2.3 Модель ОПС в абсолютних координатах контрольної точки об'єкта випробувань.....	32
2.4 Модель ОПС у координатах «вектор-фаза» контрольної точки об'єкта випробувань.....	35
Розділ 3 Дослідження й аналіз просторових коливань ОПС в умовах багатокординатного вібронавантаження.....	40
3.1 Формалізація екстремальних властивостей просторових коливань ОПС на основі параметрів багатокординатної вібрації платформи стенда.....	40
3.2 Дослідження впливу геометричних координат на параметри абсолютної вібрації тривимірного об'єкта випробувань.....	46
Розділ 4 Особливості прояву синергетичного ефекту в задачах випробувань ОПС на вібронадійність.....	51
4.1 Синергетичний ефект першого типу в абсолютних координатах.....	52
4.2 Ефект синергізму другого типу в задачах відносного руху аналізованого об'єкта.....	57
Розділ 5 Дослідження параметрів синергетичного ефекту першого типу на базі двовимірних амплітудно-фазочастотних та амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик.....	63
5.1 Дослідження параметрів синергізму ОПС на базі двопараметричних амплітудно-фазочастотних характеристик.....	66
5.2 Дослідження параметрів синергізму ОПС на базі двопараметричних амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик.....	78

5.2.1	Визначення механічних й геометричних характеристик об'єкта досліджень із огляду на інерційні параметри адитивного елемента...	82
5.2.2	Зведення системи диференціальних рівнянь руху об'єкта досліджень до форми Коші.....	84
5.2.3	Особливості застосування методу Рунге – Кутта для розв'язання системи диференціальних рівнянь об'єкта досліджень.....	88
5.2.4	Коефіцієнти синергізму в умовах першого варіанта збудження об'єкта досліджень.....	89
5.2.5	Коефіцієнти синергізму в умовах другого варіанта збудження об'єкта досліджень.....	108

Розділ 6	Методи та установки випробувань на багатокординатний зовнішній вплив.....	128
6.1	Метод створення установок для випробувань на зовнішній вплив.....	128
6.2	Метод випробувань на вібростійкість для багатокординатних поступальних вібростендів.....	135
6.3	Структури систем та методи випробувань ОПС на вібронадійність, що реалізують ефект синергізму багатокординатної вібрації.....	143
6.4	Експериментальні дослідження СВВ, що реалізують ефект синергізму багатокординатної вібрації.....	149
6.5	Структури систем випробувань об'єктів, що реалізовані на базі силових багатокординатних вібростендів.....	153
	Список використаних джерел.....	168

ВСТУП

Актуальність досліджень синергетичного ефекту параметрів складових просторових вібрацій і ударів у механіці багатовимірних об'єктів обумовлена необхідністю вирішення цілого комплексу народногосподарських завдань, пов'язаних із підвищенням експлуатаційної надійності будівель та споруд, машин, агрегатів і конструкцій авіаційної, космічної і транспортної техніки, машинобудування, енергомашинобудування, суднобудування та комунального господарства [1 – 25].

Вібраційні випробування належать до одного з головних видів дослідження конструкцій, машин, вузлів і блоків виробів на механічні впливи, метою яких є визначення здатності виробу виконувати свої функції в межах установлених норм, а також їхньої спроможності протистояти руйнівальному впливу вібраційних навантажень, що створюються під час нього [1 – 27].

Аналіз вітчизняного і світового досвіду створення установок для вібраційних випробувань об'єктів під час багатокоординатного зовнішнього впливу свідчить, що для вирішення головного завдання засобів випробувань, що полягає в максимальному наближенні умов випробувань до умов експлуатації, у достовірній кількісній та якісній оцінці змін у цих умовах основних властивостей, функцій і характеристик виробів і матеріалів, необхідно зв'язати разом цілий комплекс задач вібронадійності, прикладної механіки, вібраційної техніки й інших суміжних наук [1, 3, 5, 6, 26, 27].

Конструкції сучасних машин, устаткування і механізмів безперервно розвиваються й удосконалюються у напрямі збільшення потужності, швидкохідності й точності, що за одночасного прагнення до зниження металоємності і габаритів спричиняє високе динамічне навантаження, а також зростання ролі коливальних рухів елементів машин [1, 28 – 30]. Створення високопродуктивних машин і швидкісних транспортних засобів, форсованих за потужністю, навантаженням та іншим робочим характеристикам, спричиняє збільшення інтенсивності й розширення спектру вібраційних і акустичних полів. Шкідлива вібрація порушує запрограмовані закони руху машин, механізмів та їхніх конструктивних елементів, створює нестійкість процесів і може викликати відмови і повний розлад усієї системи. Через вібрацію також збільшується динамічне навантаження в елементах конструкції, стиках і сполученнях, знижується здатність несучих деталей, ініціюються тріщини, виникають втомні руйнування. Дія вібрації призводить до зміни умов тертя і зносостійкості контактуючих поверхонь деталей машин, нагрівання конструкції. Здебільшого руйнування об'єкта під час вібраційних дій пов'язане з виникненням резонансних явищ. У складних об'єктах, що мають широкий спектр власних частот, можливе одночасне збудження декількох резонансних режимів у разі дії полігармонійного збурення. У динаміці машин і машинобудівних конструкцій широко застосовуються експеримент і випробування з метою контролю віброактивності й динамічної якості, вібродіагностики, оцінки вібростійкості, керування режимами функціонування, а також з метою подальшого вдосконалення динамічних властивостей, наприклад шляхом зміни самої конструкції або керування параметрами

машини. Це вимагає більш деталізованого аналізу динамічної поведінки машини як коливальної системи [1, 3, 4, 6, 27, 30 – 35].

У комплексі заходів щодо підвищення надійності й поліпшення експлуатаційних параметрів об'єктів нової техніки, призначеної для роботи в умовах інтенсивних динамічних перевантажень, центральною ланкою є випробування і прогнозування міцності й усталеності функціонування. Обумовлено це тим, що динамічні навантаження (вібрації, удари і комплексний вплив) – постійні супутники транспортних засобів, судів, літальних апаратів, промислових будинків, споруджень та інших об'єктів із вузлами, машинами, що рухаються й обертаються. Дія їх обумовлює зниження міцності виробів, передчасний вихід їх із ладу в результаті порушення функціонування або поломки окремих деталей і вузлів. Зважаючи на це, найефективнішими для більшості апаратів, агрегатів, приладів, машин, конструкцій, промислових будинків і споруджень, що створюються і випускаються енергетичними, машинобудівними, транспортними, авіаційними, космічними, радіотехнічними, електронними, приладобудівними, суднобудівними, електротехнічними галузями промисловості є випробування виробів за багатокоординатного вібраційного і ударного впливах. Застосування їх на практиці забезпечує підвищення достовірності результатів і скорочення тривалості, вартості випробувань, підвищення якості досліджень щодо фізики вібраційних відмов, особливо нелінійних, електромеханічних об'єктів, об'єктів із розподіленою структурою та ін., яким властиві багатомірні параметричні коливання.

Більшість електрогідромеханічних агрегатів (ЕГМА) машинобудування, суднобудування, авіаційної, космічної і транспортної техніки є множиною встановлених на несучій конструкції (корпусі) вузлів, блоків, що належать до класу об'єктів просторової структури (ОПС), механічна схема яких є просторовою системою взаємопов'язаних інерційних, пружних і дисипативних елементів. У процесі експлуатації ЕГМА його основні вузли функціонують у динамічних режимах, параметри котрих (переміщення, швидкість, прискорення) визначаються характеристиками (законами зміни в часі й розмірністю) сил керування, що діють на них, реакції в'язів і сил інерції. Вузли розміщуються на корпусі ЕГМА зовні, а так само в його внутрішньому об'ємі в місцях, які визначено їхніми конструктивними характеристиками, технологічними умовами виготовлення й особливостями взаємодії у процесі функціонування, що обумовлює розбіжність центрів мас робочих елементів із центром мас агрегату. Зазначені об'єкти піддаються впливу знакозмінних зовнішніх і внутрішніх сил, що збурюють, напрямки дії яких змінюються в часі. Вузли і блоки виробів разом із тим здійснюють складні просторові коливання, що визначаються сукупністю багатокоординатних поступальних (лінійних) і кутових (обертальних) вібрацій, вібраційні навантаження, що виникають в матеріалі їхніх елементів, є чинником багатокоординатних динамічних механічних впливів [8 – 24]. Отже, кінематичні параметри руху кожного зі згаданих робочих елементів у процесі експлуатації виявляються залежними додатково від переносних і кориолісових сил інерції, обумовлених складним рухом корпусу агрегату. У результаті очікувані рухи елементів агрегату

виявляються перекрученими, що негативно впливає на їхні динамічні характеристики руху і характеристики точності в цілому.

Наразі, традиційно (допускається нормативними документами і ДСТУ) дослідження параметрів вібростійкості та віброміцності, динамічної взаємодії й напружено-деформованого стану вказаного класу ОПС проводяться на основі однокоординатних амплітудно-частотних та амплітудно-часових характеристик, а стендові випробування на вібронадійність базуються на однокоординатних (горизонтальних, прямовисних) вібростендах. Унаслідок чого параметри вібронадійності ОПС не враховують механізмів дії синергетичного ефекту параметрів складових діючих багатокоординатних вібрацій і ударів, а стендові випробування виявляються неадекватними умовам експлуатації. Це зумовлює хибну оцінку вібраційної активності конструкцій, вузлів, агрегатів, їх напруженого стану, знижує якість досліджень із фізики вібраційних відмов, та вірогідність результатів стендових випробувань, призводить до непередбачених відмов ОПС по вібронадійності в експлуатації.

У роботі встановлено, досліджено і розроблено наукові основи механізму взаємопідсилювальної та взаємопослаблювальної дії багатокоординатного вібраційного й ударного навантажень на базі теорії синергетичного ефекту стосовно задач вібронадійності ОПС із використанням двовимірних амплітудно-фазочастотних (АФЧХ) та амплітудно-шпаруватісно-часових (АШЧХ) характеристик об'єкта досліджень. Залежності й взаємовпливи між параметрами вібраційних рухів робочих елементів вузлів ЕГМА та його корпусу розглянуто з погляду синергетичного ефекту, тобто ефекту, що взаємопідсилює або взаємопослаблює дію компонентів діючої просторової вібрації. Водночас критерії відмов об'єкта досліджень формалізовано шляхом застосування динамічних моделей в узагальнених, абсолютних та модуль – фаза координатах. Показано, що в результаті досягається відтворення в умовах стендових випробувань найбільш небезпечного з погляду відмов об'єкта на вібронадійність режиму випробувань. Виключаються занижені оцінки показників вібраційної активності об'єкта, що діагностується при стендових випробуваннях, а, отже, і непередбачені відмови в експлуатації.

На базі теорії синергетичного ефекту отримали узагальненого розвитку теорії стійкості та міцності будівель та споруд, теорія вібронадійності машин, агрегатів, конструкцій авіаційної, космічної і транспортної техніки, машинобудування, енергомашинобудування та суднобудування, які експлуатуються за умов дії багатокоординатних вібраційних та ударних навантажень.

Стосовно задач випробувань на вібронадійність об'єктів механіки багатовимірною класу терміном «синергетичний ефект першого типу» визначено ефект взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії параметрів багатогоординатної вібрації, що є зовнішньою відносно корпусу (несучої конструкції, платформи просторового стенда) виробу на параметри абсолютної вібрації ОПС.

Для вузлів, закріплених на корпусі ЕГМА, ефект взаємопідсилювальної дії поступально-кутових вібрацій вже корпуса ЕГМА (або платформи просторового вібростенда) на параметри відносних рухів його вузлів і агрегатів визначено терміном «синергетичний ефект другого типу».

Особливості прояву синергетичного ефекту першого типу досліджено на базі тривимірного об'єкта, що моделює вагон трамваю за умов впливу хвилеподібно зношеного шляху, а також ізольованих стикових нерівностей. Вплив синергетичного ефекту другого типу на вібраційний стан випробовуваного об'єкта досліджено на прикладі вузла типового електрогідромеханічного перетворювача авіаційної техніки.

З огляду на те, що в реальних умовах експлуатації вібрації корпусу виробу, на якому закріплений агрегат або вузол, мають складний характер, тобто змінюються в часі не лише за величиною, але і за напрямком, у цій роботі розглянуто багатовимірні вібрації корпусу агрегату, сукупність і взаємодія координатних складових яких у найбільш достовірний спосіб описують умови експлуатації вузлів і блоків ЕГМА з погляду реального вібронавантаження.

Кінцевий практичний результат, що досягнуто у роботі, є такий: розроблено чисельні методи, алгоритми та комп'ютерні програми розрахунку та дослідження синергетичного ефекту; створено системи та установки, які реалізують умови багатокоординатного навантаження об'єктів просторової структури в режимах взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії.

У цій роботі розглядається також методологічний підхід до методів випробувань: тип аналізованої вібрації, що впливає на об'єкт – просторова (площинна), багатовимірна, багатокоординатна, багатокомпонентна; тип вібрації в напрямку окремої координати – моно(полі)гармонійна, випадкова.

Приймається, що аналізований випробуваний об'єкт належить до класу об'єктів просторової структури, що характеризуються зв'язаністю (параметричною) рівнянь просторових коливань об'єкта, за якої виявляється механізм непрямого збудження коливань у напрямку сполучених, не основних (активно не збуджуваних) координат [12 – 23].

У розділі 1 цієї монографії розглянуто стан питання у галузі вібраційного і ударного навантаження об'єктів, у галузі вібронадійності з урахуванням особливостей прояву синергетичного ефекту.

У розділі 2 створено динамічні моделі багатовимірних об'єктів просторової структури в узагальнених, абсолютних та модуль–фаза координатах із урахуванням типів просторового вібронавантаження.

Третій розділ присвячено формалізації екстремальних властивостей просторових коливань ОПС на основі параметрів багатокоординатної вібрації платформи трикоординатного поступального вібростенда.

У розділі 4 монографії розглянуто особливості прояву синергетичного ефекту в задачах випробувань ОПС на вібронадійність із урахуванням синергетичного ефекту першого типу в абсолютних координатах, а також ефекту синергізму другого типу стосовно відносних рухів об'єкта досліджень.

У п'ятому розділі монографії досліджено параметри синергетичного ефекту першого типу на базі двовимірних амплітудно-фазочастотних та амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик об'єкта досліджень.

Шостий розділ монографії присвячено методам та установкам випробувань на багатокоординатний зовнішній вплив, що реалізують механічне навантаження ОПС у режимі синергетичного ефекту.

РОЗДІЛ 1

СТАН ПИТАННЯ У СФЕРІ ПРОСТОРОВОГО ВІБРОНАВАНТАЖЕННЯ З ОГЛЯДУ НА ОСОБЛИВОСТІ ПРОЯВУ СИНЕРГЕТИЧНОГО ЕФЕКТУ

Аналіз вітчизняного і світового досвіду створення установок для вібраційних випробувань об'єктів за багатокоординатного зовнішнього впливу свідчить, що для вирішення головного завдання засобів випробувань, що складає [1 – 6, 25 – 27] у максимальному наближенні умов випробувань до умов експлуатації, у достовірній кількісній та якісній оцінці змін у цих умовах основних властивостей, функцій і характеристик виробів і матеріалів із огляду на особливості впливу синергетичного ефекту, необхідно з'єднати разом цілий комплекс задач вібронадійності, прикладної механіки, вібраційної техніки й інших суміжних наук.

1.1 Методи і системи вібраційних випробувань, визначення синергетичного ефекту в задачах вібронадійності

Вібраційні випробування належать до одного з головних видів випробувань конструкцій, вузлів і блоків виробів на механічні впливи, метою яких є визначення спроможності виробу виконувати свої функції в межах установлених норм, а також їхньої спроможності протистояти руйнівному впливу вібраційних навантажень, що виникають [1, 3 – 7,]. Відомо [1, 3 – 7], що на стадії розробки конструктивної схеми стенда до основних її етапів належить етап розробки методу випробувань виробу. Він припускає визначення законів зміни за часом координатних складових вектора заданого зовнішнього впливу, точність його відтворення в стендових умовах, форми, орієнтації годографа і діапазону робочих частот вектора заданого вібраційного впливу, кількість одночасно випробовуваних об'єктів.

Найбільш розробленими в наш час є методи випробувань на однокоординатних стендах горизонтальної, вертикальної і похилої вібрації. Істотний внесок у розробку цих методів зробили роботи таких закордонних і вітчизняних учених, як: І. І. Блехмана, А. Е. Божка, А. С. Больших, М. Д. Генкіна, О. В. Гноєвого, С. В. Єлісєєва, Ю. І. Йориша, В. О. Клочка, В. В. Ключєва, І. В. Кузьо, О. Е. Манохіна, П. І. Остроменского, Г. Бута, С. Крендела, А. Ленка, Ю. Ренитца та ін.

Відомі методи [1 – 7] припускають необхідність переустановлення виробу на столі вібростенда з одночасною зміною його орієнтації в послідовності: із столу вертикального вібростенда на стіл горизонтального і двічі на столі горизонтального. Незалежно від конструктивної схеми об'єкта також узагальнена тривалість T_{yz} стендового вібраційного впливу розподіляється при однокоординатному збудженні (індекс 1_k) між напрямками порівну: $T_{1_k} = T_{yz} / 3$. Разом із тим, як показано в роботах [1, 3 – 7, 26, 27], по-перше, збільшується в 2 і більше разів тривалість впливу вібраційних навантажень на об'єкт

випробувань, що призводить до передчасної його відмови по вібронадійності. По-друге, знижуються точність відтворення при стендових випробуваннях експлуатаційного вібраційного стану об'єкта, а також достовірність випробувань виробу на вібронадійність. Відбувається це через такі причини: відсутність конкретності у визначенні координат контрольної точки; реальність геометричних розмірів об'єкта, пристосування до корпусу виробу; наявність кутових вібрацій об'єкта і корпусу виробу. У роботах [1, 11 – 24], наприклад, показано, що розміри похибок завдання координатних складових вектора трикоординатних поступальних вібрацій контрольної точки платформи можуть досягати відповідно: $\delta_x=80\%$; $\delta_y=80\%$; $\delta_z=20\%$.

Відмінні особливості, наприклад, двокоординатного вібронавантаження порівняно з методами випробувань на однокоординатних вібростендах розглянуті в роботах [1, 8]. Водночас на базі тривимірного об'єкта випробувань встановлено, що спостерігається істотне розходження (у 1,5 разів і більше) у параметрах амплітудних спектрів поступальних вібрацій об'єкта. Проте фундаментальна задача випробувань на вібронадійність, яка складається з дослідження (аналізу і вивчення) залежності амплітуд змущених, зокрема резонансних, коливань об'єкта від параметрів багатокординатного зовнішнього кінематичного (силового) впливу, що прикладається до об'єкта, в цих роботах не розглядається. Отже, під час випробувань спостерігаються занижені оцінки показників вібраційної активності діагностованого об'єкта, які призводять в експлуатації до непередбачених відмов по вібронадійності.

У роботах [1, 12] також показано, що більш ніж 55 % відмов авіаційного устаткування обумовлено неповним урахуванням чинників зовнішніх одночасно діючих механічних (вібраційних, ударних) і кліматичних (температура, тиск, вологість) впливів, тобто ігноруванням синергетичного ефекту амплітудних, часових і частотних параметрів компонентів впливу. Установлено, що метою випробувань устаткування на багатоконпонентний зовнішній вплив (ЗВ) є, по-перше, використання під час випробувань рівнів навантажень, які значно перевищують експлуатаційні, що забезпечує високий ступінь достовірності. По-друге, їхнє проведення спричиняє скорочення тривалості випробувань до практично можливих розмірів. Третьою причиною є те, що екстремальні властивості навантажень повинні враховувати місця їхнього прикладання. Водночас жорсткість умов випробувань призводить до відтворення спеціальних екстремальних умов експлуатації, що забезпечують успішну роботу виробів в умовах реальної експлуатації. У результаті під час випробувань забезпечується одержання (прояв) відмов, що не можуть бути отримані через відсутність впливу окремих чинників, що входять у ЗВ, тобто через відсутність умов прояву синергетичного (взаємопідсилювального) впливу окремих факторів. Основні принципи цього підходу відбилися у модифікації Д стандарту США MIL-STD. Деякі з цих принципів пройшли практичну перевірку і їхнє застосування дало позитивний ефект. Прикладом цього можуть бути комплексні випробування на втому функціонування і тривкість радіоелектронного устаткування програми «Апполон» відвідання Місяця на човниковому кораблі за програмою «Спейс Шаттл», а також випробування на

надійність авіаційного устаткування за програмою CERT (випробування на надійність за комбінованих зовнішніх впливів).

Відомі також роботи [29 – 30], присвячені дослідженню впливу параметрів гармонік кінематично збуджуваних одномірних об'єктів у резонансній області частот. До того ж установлені властивості гармонік, що є як взаємопідсилювальними, так і взаємопослаблювальними. Відзначено вплив нерезонансних гармонік на резонансні і навпаки, а також зміна амплітуд резонуючих гармонік у випадку двочастотного збудження.

Описані в роботах [29 – 35] системи випробувань забезпечують відтворення амплітуд і фаз вібраційних процесів, пошук і відтворення резонансних вібрацій об'єкта. Проте функціональні можливості обмежуються одномірними об'єктами випробувань і однокоординатними резонансними вібровипробувальними системами (РВС). Застосування на практиці відомих РВС не забезпечує проведення випробувань ОПС у режимі граничного резонансу [1, 12, 15, 16], що знижує їхню достовірність.

У цій монографії проводяться дослідження впливу параметрів вібрації на характеристики вібраційного стану вузлів, конструктивних елементів виробів на відміну від відомих робіт для об'єктів просторової структури у випадку їхнього кінематичного або силового віброзбудження одночасно в напрямку декількох координат. Водночас досягається в умовах прояву синергетичного ефекту підвищення достовірності стендових випробувань, а також запобігаються помилкові висновки про показники віброактивності об'єкта в експлуатації з огляду на те, що в реальних умовах можливість виникнення аналізованих режимів є рівноімовірними [1, 35].

1.2 Конструктивні і структурні схеми установок

Ефективність стендових випробувань на віброннадійність насамперед визначається досконалістю конструктивних схем установок [1 – 7]. Питання створення багатокоординатних вібростендів відображені в роботах В. М. Баранова, О. Е. Божка, О. В. Гноевого, Д. О. Гречинського, В. І. Дзенкевича, Ю. І. Иориша, В. О. Ключко, С. С. Кораблева, А. Т. Оганесяна, К. М. Рагульскиса, М. В. Хвингия, Р. Крука, Р. Ларсона, Ч. Пекорда та ін.

Перші пропозиції за конструктивними схемами технічних засобів відтворення просторових вібрацій були сформульовані в роботах, присвячених дослідженням чутливості вібровимірювальної апаратури до вібрацій, перпендикулярних осі чутливості датчиків [4]. Тут випробовуваний об'єкт розташовувався на столі горизонтального віброзбудника, який, зі свого боку, жорстко закріплювався на столі вертикального віброзбудника. За одночасної роботи обох віброзбудників випробовуваний об'єкт піддавався дії двокоординатних поступальних вібрацій. Аналогічний принцип побудови просторового вібростенда реалізований в двокоординатному випробувальному стенді [36], виконаному на гідравлічних віброзбудниках.

Прагнення підвищити надійність і вантажопідйомність просторового вібростенда, розширити частотний діапазон і точність відтворних вібрацій

спричинило створення нових конструктивних схем вібростендів із стаціонарними віброзбудниками, платформою і вузлами з'єднання платформи із столами віброзбудників, що компенсують взаємовплив між віброзбудниками стенда і кутові коливання платформи відносно столів віброзбудників. У роботі [37] описана конструктивна схема активного двокоординатного електродинамічного вібростенда, платформа якого підвішена в просторі за допомогою штирьових пружин і жорстко сполучена з двома рухливими котушками прямокутної форми, осі яких взаємно перпендикулярні. Проте таке конструктивне виконання вібростенда не дозволяє відтворювати на платформі стенда чітко поступальні вібрації, оскільки під час установа випробовуваного об'єкта на платформу завжди відбувається зміщення центра мас рухливої системи стенду, що включає платформу і об'єкт, відносно її центру жорсткості і лінії дії збуджувальних сил, які призводять до виникнення паразитних кутових коливань системи, що знижують точність відтворення заданих двокоординатних вібрацій і надійність стенда.

У вібростендах [38, 39] платформа стенда, виконана у вигляді паралелепіпеда, сполучена зі столами електродинамічних віброзбудників за допомогою пружних тонкостінних циліндрів. За такого виконання вузлів з'єднання вібростенд має низьку точність відтворення двокоординатних вібрацій, оскільки динамічні параметри тонкостінних циліндрів змінюються під час переміщення платформи [40].

У вібростендах, описаних у роботах [41 – 44], вузли з'єднання столів віброзбудників із платформою стенда виконані у вигляді пружних штоків або штанг із сферичними шарнірами. До недоліків зазначених вібростендів варто зарахувати обмежені набори лінійних і кутових вібрацій, а також наявність взаємовпливу між віброзбудниками, що обмежує функціональні можливості стенда і знижує точність вібровипробувань [45 – 47].

У роботі [47] описаний двокоординатний вібростенд, платформа якого сполучена з горизонтальним віброзбудником за допомогою штанги з циліндричними шарнірами, а з вертикальним – за допомогою напрямних. Рухливі направляючі застосовані і у вібростендах, конструкції яких наведені в роботах [48, 49]. Недоліком зазначених просторових вібростендів є те, що вузли з'єднання, виконані у вигляді штанг, характеризуються кінематичним взаємовпливом, що знижує точність вібровипробувань [46, 50], а вузлам з'єднання, виконаним у вигляді рухливих напрямних, властиві удари в шарнірах і прискорення їхній знос, що також знижує точність відтворення заданих вібрацій і надійність стенда [1, 5]. У двох (трьох) координатному вібростенді, поданому в роботі [51], вузли з'єднання виконані у вигляді притертих і змащених поверхонь. До недоліків цих вузлів з'єднання варто зарахувати технологічну складність виготовлення і експлуатації [1, 5].

У гідравлічному двох (трьох) координатному вібростенді, описаному в роботі [52], платформа встановлена на корпусі з проміжками, а просторові вібрації збуджуються поданням рідини в спеціальні хрестоподібні кишені платформи. Вібростенд характеризується обмеженим частотним діапазоном

відтворних вібрацій, а відмічені проміжки між корпусом і платформою знижують точність вібровипробувань і надійність стенда.

У роботі [53] описана конструктивна схема активного двох (трьох) координатного вібростенда, що містить три розташованих в одній площині і пов'язаних одна з одним із віброзбудників рухливі платформи, перша з яких встановлена в напрямних підстави, а друга і третя використовуються для кріплення випробовуваного виробу і встановлені відповідно в напрямних, що виконані в першій і другій платформах. Вузли з'єднання платформи стенда із столами віброзбудників виконані у вигляді штока з сферичною голівкою, що контактує з поверхнею платформи, і пружин для підтискання платформи до штока. За такого виконання вузлів з'єднання передача коливань від віброзбудників до платформ відбувається через точковий роз'ємний контакт сферичної голівки з платформою, а пружини і платформи утворюють дискретні одномасові механічні системи, амплітуди і фази коливань яких залежать від частот збуджувальних сил. Це призводить до періодичних порушень (розривів) вказаних контактів, що знижує точність відтворних вібрацій, а удари, що виникають при цьому, викликать прискорений знос вузлів з'єднання. Негативно на точність відтворення заданих вібрацій впливають також і проміжки у відмічених раніше напрямних платформи.

У роботах [54, 55] описані конструктивні схеми вібростендів, у яких передача вібрацій від столів віброзбудників до платформи стенда, а також компенсація кутових коливань платформи відносно основи виконані за допомогою вузлів з'єднання у вигляді циліндричних або плоских напрямних ковзання. За такого виконання вузлів з'єднання поверхні, що сполучаються, виконують одночасно дві функції: передачу (виключення) вібрацій у напрямку діючих корисних (паразитних) коливань і вільне переміщення поверхонь у перпендикулярному напрямі. Проте це можливо тільки у разі, якщо вказані поверхні ковзання розділені деяким проміжком, заповненим, наприклад, шаром мастила. Указані проміжки призводять до ударів та інтенсивного зносу поверхонь, що сполучаються, спотворенню двокоординатних відтворювальних поступальних вібрацій, що знижує точність відтворення просторових вібрацій, а також надійність вібростенда. Зазначених проміжків у вібростенді, описаному, наприклад, в роботі [55], шістнадцять, а у вібростенді, описаному в роботі [54], більше двадцяти.

У монографії аналізуються, розробляються і досліджуються тільки структурні схеми багатокоординатних кінематичних і силових вібростендів, які включаються в загальну структурну схему як підсистеми. Питання створення вібровипробувальних систем з багатокоординатною вібрацією розглянуті в роботах О. Е. Божка, О. Г. Гетманова, О. В. Гноєвого, Л. С. Горелова, П. І. Дехтяренко, О. А. Кошєєва, В. М. Кунцевича, О. Б. Леусенко, В. І. Литвака, А. А. Туніка та ін., а також в працях зарубіжних учених : Р. Крука, Ч. Пекарда, Р. Ларсона та ін.

Відомі, описані, наприклад, у роботах [56 – 60], стенди відрізняються обмеженими функціональними можливостями, низькими достовірністю стендових випробувань і точністю відтворення просторової вібрації [1, 51, 61,

62], а відомі облаштування відтворення амплітуд поступальних вібрацій платформи підсистем керування вібростендом [61, 62] – низькою точністю і швидкодією [1, 62 – 65].

1.3 Визначення завдання дослідження

Проведений аналіз стану питання у сфері моделювання динаміки багатовимірних об'єктів просторової структури, а також їхніх випробувань на багатокоординатний зовнішній вплив, свідчить, що наразі визначення завдання створення методів і систем випробувань ОПС на вібронадійність, які реалізують синергетичний ефект діючої просторової вібрації, що взаємопідсилює або взаємнопослаблює інтенсивність коливань багатовимірного ОПС є актуальною.

Загальне визначення завдання, що вирішується у цій роботі, сформульоване в такий спосіб: формалізувати і провести дослідження закономірностей динамічного поведіння ОПС в умовах взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії параметрів координатних складових зовнішньої багатокоординатної вібрації; розробити методи моделювання об'єктів просторової структури, базовою ознакою яких є урахування параметрів багатокomпонентного поступального-кутового кінематичного навантаження; достовірність досліджень і розробок підтвердити даними експериментальних амплітудно-фазочастотних й амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик об'єктів випробувань; створити методи та установки випробувань на багатокоординатний зовнішній вплив, що реалізують механічне навантаження ОПС у режимі синергетичного ефекту.

РОЗДІЛ 2

ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ БАГАТОВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ ВИПРОБУВАНЬ З ОГЛЯДУ НА ТИПИ ПРОСТОРОВОГО ВІБРОНАВАНТАЖЕННЯ

2.1 Узагальнені положення методу моделювання

Більшість виробів авіаційної, космічної і транспортної техніки, машинобудування, енергомашинобудування, суднобудування та комунального господарства становлять сукупність установлених на несучій конструкції (корпусі виробу) вузлів, блоків, агрегатів і належать до класу об'єктів просторової структури (ОПС), механічна схема яких (рис. 2.1) є системою просторово орієнтованих інерційних, пружних і дисипативних елементів.

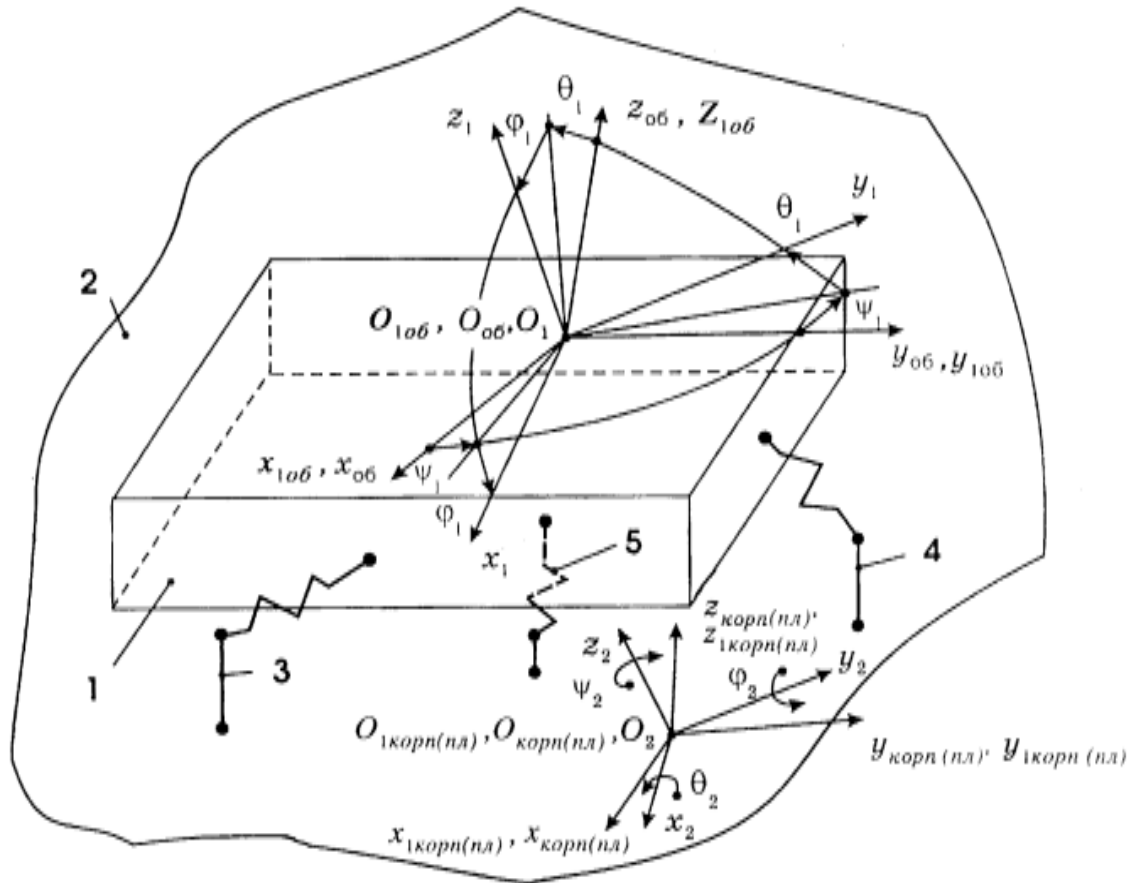


Рисунок 2.1 – Механічна схема ОПС

Згідно з рисунком 2.1, 1 – об'єкт просторової структури, закріплений на корпусі 2 виробу (платформі просторового вібростенда) за допомогою блока амортизації і демпфірування, який моделюється сукупністю пружних елементів 3-5. У процесі експлуатації ОПС функціонують у динамічних режимах, параметри яких визначаються характеристиками переданої через пристосування для закріплення об'єкта багатовимірної вібрації корпусу виробу.

Прийнято, що (рис. 2.1): $O_{об}x_{об}y_{об}z_{об}$, $O_{корн(пл)}x_{корн(пл)}y_{корн(пл)}z_{корн(пл)}$ – нерухомі системи координат; $O_{1об}x_{1об}y_{1об}z_{1об}$, $O_{1корн(пл)}x_{1корн(пл)}y_{1корн(пл)}z_{1корн(пл)}$ – рухливі системи координат, що поступально рухаються щодо нерухомих; $O_1x_1y_1z_1$, $O_2x_2y_2z_2$ – рухливі системи координат, жорстко зв'язані з об'єктом і корпусом (платформою). При нерухомому корпусі (платформі) полюси $O_{об}$, $O_{1об}$, O_1 і $O_{корн(пл)}$, $O_{1корн(пл)}$, O_2 збігаються відповідно. Осі систем координат $O_1x_1y_1z_1$, $O_2x_2y_2z_2$ не збігаються з головними осями інерції об'єкта, корпусу (платформи). Положення об'єкта в просторі будемо визначати трьома лінійними x_1, y_1, z_1 (координати полюса $O_{1об}$ в системі $O_{об}x_{об}y_{об}z_{об}$) і трьома кутовими $\theta_1, \varphi_1, \psi_1$ узагальненими координатами.

Коливання об'єкта визначимо вектором $\bar{Q}_1 = \{x_1, y_1, z_1, \theta_1, \varphi_1, \psi_1\}'$ узагальнених координат, а коливання корпусу виробу (платформи вібростенда) вектором $\bar{Q}_2 = \{x_2, y_2, z_2, \theta_2, \varphi_2, \psi_2\}'$. Позначення кутових координат (літакові кути Ейлера [1, 3-6, 26, 66]) наведені на рисунку 2.1. Крім цього, залежність координат точок кріплення пружних елементів 3-5 до об'єкта і корпусу будемо визначати за таблицею 2.1 спрямовуючих косинусів.

Таблиця 2.1 – Таблиця спрямовуючих косинусів

	$x_{1об}$	$y_{1об}$	$z_{1об}$
x_1	$\alpha_{11} = \cos \varphi \cos \psi -$ $-\sin \varphi \sin \psi \sin \theta$	$\alpha_{12} = \cos \varphi \sin \psi +$ $+\sin \varphi \cos \psi \sin \theta$	$\alpha_{13} = -\cos \theta \sin \varphi$
y_1	$\alpha_{21} = -\sin \psi \cos \theta$	$\alpha_{22} = \cos \psi \cos \theta$	$\alpha_{23} = \sin \theta$
z_1	$\alpha_{31} = \sin \varphi \cos \psi +$ $+\cos \varphi \sin \psi \sin \theta$	$\alpha_{32} = \sin \varphi \sin \psi -$ $-\cos \varphi \cos \psi \sin \theta$	$\alpha_{33} = \cos \theta \cos \varphi$

Для складання динамічних рівнянь руху ОПС під час його кінематичного збудження скористаємося рівняннями Лагранжа другого типу

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n} - \frac{\partial T}{\partial q_n} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_n} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n}, \quad (2.1)$$

де n – індекс розмірності вектора \bar{Q}_1 узагальнених координат; T , Π – кінетична і потенційна енергії ОПС; Φ – дисипативна функція Релея.

Потенційну енергію у (2.1) визначимо рівнянням

$$\Pi = (1/2) \sum_i C_i U_i^2, \quad (2.2)$$

а деформації пружного елемента – рівнянням (рис. 2.2)

$$U = L_1 - L_0,$$

де L_1, L_0 – довжини пружного елемента при збудженій і не збудженій платформі вібростенда (під час стендових випробувань);

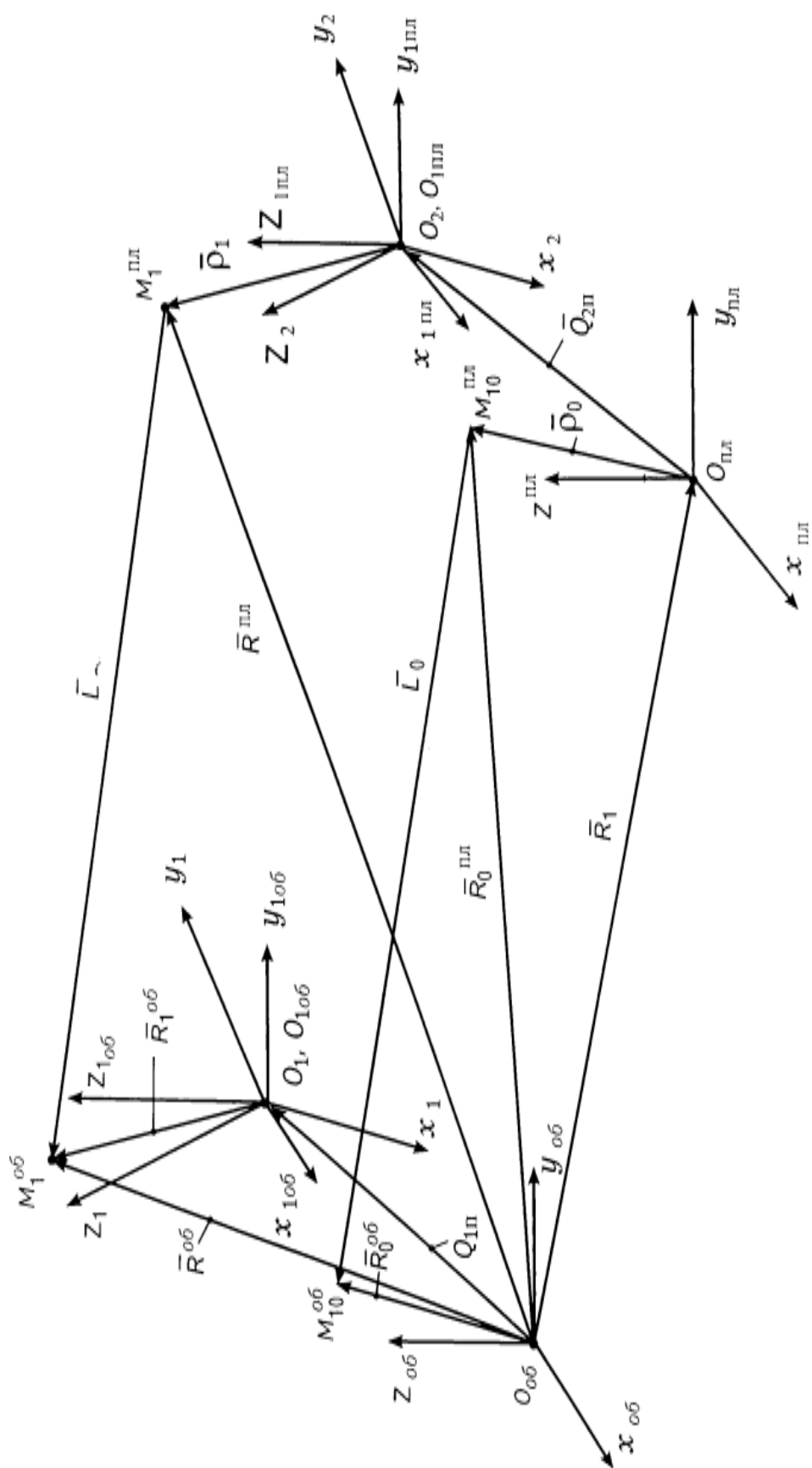


Рисунок 2.2 – Схема моделювання деформації пружного елемента

$\bar{L}_0 = \bar{\rho}_0^{ob} - \bar{R}_0^{nl} = \bar{\rho}_0^{ob} - \bar{R}_1 - \bar{\rho}_0^{nl}$, $\bar{\rho}_0^{ob} = \{x_0^{ob}, y_0^{ob}, z_0^{ob}\}$, $\bar{R}_0^{nl} = \{x_0^{nl}, y_0^{nl}, z_0^{nl}\}$,
 $\bar{R}_1 = \{x_{0_{nl}}, y_{0_{nl}}, z_{0_{nl}}\}$, $\bar{\rho}_0^{nl} = \{x_{nl}, y_{nl}, z_{nl}\}$ – радіуси-вектори точок закріплення
 пружного елемента і полюса O_{nl} у нерухомих системах координат $O_{ob}x_{ob}y_{ob}z_{ob}$,
 $O_{nl}x_{nl}y_{nl}z_{nl}$ відповідно; $\bar{L}_1 = \bar{R}_1^{ob} - \bar{R}_1^{nl} = \bar{Q}_1^{ob} + \bar{\rho}_1^{ob} - \bar{R}_1 -$
 $-\bar{Q}_1^{nl} - \bar{\rho}_1^{nl} = \bar{Q}_1^{ob} + \bar{\rho}_1^{ob} - \bar{R}_0^{nl} + \bar{\rho}_0^{nl} - \bar{Q}_1^{nl} - \bar{\rho}_1^{nl}$,
 $\bar{Q}_1^{ob} = \{Q_{1x}^{ob}, Q_{1y}^{ob}, Q_{1z}^{ob}\} = \{x_1, y_1, z_1\}$, $\bar{Q}_1^{nl} = \{Q_{1x}^{nl}, Q_{1y}^{nl}, Q_{1z}^{nl}\} = \{x_2, y_2, z_2\}$ – радіуси-
 вектори полюсів O_{1ob}, O_{1nl} (поступальні вібрації) у системі координат
 $O_{ob}x_{ob}y_{ob}z_{ob}, O_{nl}x_{nl}y_{nl}z_{nl}$; $\bar{\rho}_1^{ob} = \{\rho_{1x}^{ob}, \rho_{1y}^{ob}, \rho_{1z}^{ob}\} = \{x_{o_1}^{ob}, y_{o_1}^{ob}, z_{o_1}^{ob}\}$,
 $\bar{\rho}_1^{nl} = \{\rho_{1x}^{nl}, \rho_{1y}^{nl}, \rho_{1z}^{nl}\} = \{x_{o_2}^{nl}, y_{o_2}^{nl}, z_{o_2}^{nl}\}$ – радіуси-вектори точок закріплення
 пружного елемента в системі координат $O_{1ob}x_{1ob}y_{1ob}z_{1ob}$, $O_{1nl}x_{1nl}y_{1nl}z_{1nl}$ за $\varphi_{1,2} \neq 0$,
 $\psi_{1,2} \neq 0$ і $\theta_{1,2} \neq 0$; $|\bar{\rho}_0^{ob}| = |\bar{\rho}_1^{ob}|$; $|\bar{\rho}_0^{nl}| = |\bar{\rho}_1^{nl}|$.

З огляду на таблицю 2.1 одержимо

$$\begin{aligned}
 U = & \left(x_1 + x_{o_1}^{ob} (\cos \varphi_1 \cos \psi_1 - \sin \varphi_1 \sin \psi_1 \sin \theta_1) + y_{o_1}^{ob} (-\sin \psi_1 \cos \theta_1) + \right. \\
 & + z_{o_1}^{ob} (\sin \varphi_1 \cos \psi_1 + \cos \varphi_1 \sin \psi_1 \sin \theta_1) - x_{o_{nl}} - x_2 - \\
 & - x_{o_2}^{nl} (\cos \varphi_2 \cos \psi_2 - \sin \varphi_2 \sin \psi_2 \sin \theta_2) - y_{o_2}^{nl} (-\sin \psi_2 \cos \theta_2) - \\
 & \left. - z_{o_2}^{nl} (\sin \varphi_2 \cos \psi_2 + \cos \varphi_2 \sin \psi_2 \sin \theta_2) \right)^2 + \\
 & + \left(y_1 + x_{o_1}^{ob} (\cos \varphi_1 \sin \psi_1 + \sin \varphi_1 \cos \psi_1 \sin \theta_1) + y_{o_1}^{ob} (\cos \psi_1 \cos \theta_1) + \right. \\
 & + z_{o_1}^{ob} (\sin \varphi_1 \sin \psi_1 - \cos \varphi_1 \cos \psi_1 \sin \theta_1) - y_{o_{nl}} - y_2 - \\
 & - x_{o_2}^{nl} (\cos \varphi_2 \sin \psi_2 + \sin \varphi_2 \cos \psi_2 \sin \theta_2) - y_{o_2}^{nl} (\cos \psi_2 \cos \theta_2) - \\
 & \left. - z_{o_2}^{nl} (\sin \varphi_2 \sin \psi_2 - \cos \varphi_2 \cos \psi_2 \sin \theta_2) \right)^2 + \\
 & + \left(z_1 - x_{o_1}^{ob} (\cos \theta_1 \sin \varphi_1) + y_{o_1}^{ob} (\sin \theta_1) + \right. \\
 & + z_{o_1}^{ob} (\cos \theta_1 \cos \varphi_1) - z_{o_{nl}} - z_2 + x_{o_2}^{nl} (\cos \theta_2 \sin \varphi_2) - \\
 & - y_{o_2}^{nl} (\sin \theta_2) - z_{o_2}^{nl} (\cos \theta_2 \cos \varphi_2) \left. \right)^2 - \\
 & - \left(\left(x_{o_1}^{ob} - x_{o_1}^{nl} \right)^2 + \left(y_{o_1}^{ob} - y_{o_1}^{nl} \right)^2 + \left(z_{o_1}^{ob} - z_{o_1}^{nl} \right)^2 \right)^{1/2}.
 \end{aligned}$$

Відомі методи [1, 3, 66] побудови динамічної моделі ОПС ґрунтуються на застосуванні для опису узагальнених сил $Q_n = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_n}$ формул для деформації пружних елементів у виді рівняння Ейлера

$$\bar{U} = \bar{q}_{o_1} + \bar{q}_1 \times \bar{R}_{o_1} - \bar{q}_{o_2} - \bar{q}_2 \times \bar{R}_{o_2}, \quad (2.3)$$

де $\bar{q}_{o_1}, \bar{q}_{o_2}, \bar{q}_1, \bar{q}_2$ – вектори поступальних і кутових (малих) вібрацій об'єкта і

корпусу; $\bar{R}_{O_1}, \bar{R}_{O_2}$ – радіуси-вектори точок кріплення пружного елемента.

Водночас завдання лінеаризації вирішується на етапі одержання формули деформації. Однак у загальному вигляді формула деформації є нелінійною і відповідає рівнянню (2.2). Отже, питання верифікації застосування формули

(2.3) для опису узагальненої сили $Q_n = \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = \frac{\partial}{\partial q_n} \left(\frac{1}{2} \sum_i C_i U_i^2 \right)$ у динамічній моделі ОПС залишаються невирішеними.

У цій роботі зазначена проблема вирішується методологічно в такий спосіб:

1) для опису деформації U_i пружного елемента застосовують узагальнену формулу (2.2);

2) узагальнену силу Q_n формалізують ядром R_0 розкладання функції

$$Q_n = \frac{\partial}{\partial q_n} \left(\frac{1}{2} \sum_i C_i U_i^2 \right) = R_{0_n} \left(\frac{\partial}{\partial q_n} \left(\frac{1}{2} \sum_i C_i U_i^2 \right) \right) + R_{1_n}(Q_n)$$

у ряд Маклорена, де $R_{0_n}(Q_n), R_{1_n}(Q_n)$ – відповідно лінійна і нелінійна частини ряду.

Разом із тим математична модель об'єкта просторової структури будується не на основі процедури лінеаризації формули деформації пружного елемента, а за допомогою лінеаризації виразу для узагальненої сили в ряд Маклорена.

Відповідно на відміну від результатів, отриманих у роботах [3, 66], у цій роботі вираз для деформації U_i пружного елемента системи, а, отже, і вираз для узагальнених сил Q_n динамічної моделі враховують параметри багатомірної поступально-кутової вібрації корпусу виробу (платформи вібростенда), що визначається вектором $\bar{Q}_2 = \{x_2, y_2, z_2, \theta_2, \varphi_2, \psi_2\}'$ і вектором $\bar{R}_{nl} \neq 0$ на рисунку 2.2, що розширює сферу застосування отриманих результатів.

Отже, розглянутий у цій монографії підхід до побудови системи диференціальних рівнянь коливань багатомірного об'єкта за багатокоординатного поступально-кутового кінематичного збудження є більш узагальненим стосовно відомих, що базуються на рівнянні (2.3), або допускають $\bar{R}_{nl} = 0$.

Цей метод моделювання багатомірних механічних систем є також ефективним з огляду на структуру і параметри виразу для деформації U пружного елемента у (2.2) у випадку, якщо блоки і вузли амортизації і демпфірування ОПС виконані у виді пружних елементів, осі деформації яких не збігаються з напрямком осей систем координат $O_{nl}x_{nl}y_{nl}z_{nl}$ і $O_{ob}x_{ob}y_{ob}z_{ob}$. Крім цього, відпадає необхідність у моделюванні амортизаторів системою трьох взаємно ортогональних пружних елементів, що спрощує розв'язання узагальненої задачі.

Розкладемо далі функцію

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = \frac{\partial}{\partial q_n} \left(\frac{1}{2} \sum_i C_i U_i^2 \right) = \sum_i C_i U_i \frac{\partial U_i}{\partial q_n}$$

у ряд Маклорена в положенні рівноваги, обмежуючи лінійними членами [67]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} &= \sum_i C_i U_i \Big|_0 \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \Big|_0 + \sum_i \sum_m C_i \frac{\partial}{\partial q_m} \left(U_i \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \right) \Big|_0 \cdot q_m = \\ &= \sum_i C_i U_i \Big|_0 \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \Big|_0 + \sum_i \sum_m C_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial q_m} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial q_n} + U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial q_n \partial q_m} \right) \Big|_0 \cdot q_m. \end{aligned} \quad (2.4)$$

У положенні рівноваги системи для $\forall m, i$ виконується

$$U_i \Big|_0 = 0, \quad \left(U_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial q_n \partial q_m} \right) \Big|_0 = 0.$$

Тому одержимо

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = \sum_i \sum_m C_i \frac{\partial U_i}{\partial q_m} \Big|_0 \cdot \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \Big|_0 \cdot q_m. \quad (2.5)$$

Представимо у виразі (2.2) функцію L_1 у вигляді

$$L_1 = F_{i_1} (F_{i_2} (F_{i_{31}} (F_{i_{41}}) + F_{i_{32}} (F_{i_{42}}) + F_{i_{33}} (F_{i_{43}}))), \quad (2.6)$$

де $F_{i_1} = \sqrt{F_{i_2}}$; $F_{i_2} = F_{i_{31}} + F_{i_{32}} + F_{i_{33}} = \sum_j F_{i_{3j}}$; $F_{i_{3j}} = (F_{i_{4j}})^2$;

$$\begin{aligned} F_{i_{41}} &= x_1 + x_{O_1}^{oo} (\cos \varphi_1 \cos \psi_1 - \sin \varphi_1 \sin \psi_1 \sin \theta_1) + y_{O_1}^{oo} (-\sin \psi_1 \cos \theta_1) + \\ &\quad + z_{O_1}^{oo} (\sin \varphi_1 \cos \psi_1 + \cos \varphi_1 \sin \psi_1 \sin \theta_1) - x_{O_{n1}} - x_2 - \\ &\quad - x_{O_2}^{nn} (\cos \varphi_2 \cos \psi_2 - \sin \varphi_2 \sin \psi_2 \sin \theta_2) - y_{O_2}^{nn} (-\sin \psi_2 \cos \theta_2) - \\ &\quad - z_{O_2}^{nn} (\sin \varphi_2 \cos \psi_2 + \cos \varphi_2 \sin \psi_2 \sin \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{i_{42}} &= y_1 + x_{O_1}^{oo} (\cos \varphi_1 \cos \psi_1 + \sin \varphi_1 \cos \psi_1 \sin \theta_1) + y_{O_1}^{oo} (\cos \psi_1 \cos \theta_1) + \\ &\quad + z_{O_1}^{oo} (\sin \varphi_1 \sin \psi_1 - \cos \varphi_1 \cos \psi_1 \sin \theta_1) - y_{O_{n1}} - y_2 - \\ &\quad - x_{O_2}^{nn} (\cos \varphi_2 \cos \psi_2 + \sin \varphi_2 \cos \psi_2 \sin \theta_2) - y_{O_2}^{nn} (\cos \psi_2 \cos \theta_2) - \\ &\quad - z_{O_2}^{nn} (\sin \varphi_2 \cos \psi_2 - \cos \varphi_2 \cos \psi_2 \sin \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{i_{43}} &= z_1 - x_{O_1}^{oo} (\cos \theta_1 \sin \varphi_1) + y_{O_1}^{oo} (\sin \theta_1) + z_{O_1}^{oo} (\cos \theta_1 \cos \varphi_1) - \\ &\quad - z_{O_{n1}} - z_2 + x_{O_2}^{oo} (\cos \theta_2 \sin \varphi_2) - y_{O_2}^{nn} (\sin \theta_2) - z_{O_2}^{nn} (\cos \theta_2 \cos \varphi_2). \end{aligned}$$

Тоді з рівнянь (2.5), (2.6) для $\frac{\partial U_i}{\partial q_m} \Big|_0, \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \Big|_0$ одержимо

$$\frac{\partial U_i}{\partial q_m} \Big|_0 = \frac{\partial F_{i_1}}{\partial F_{i_2}} \Big|_0 \cdot \sum_{j=1}^3 \frac{\partial F_{i_2}}{\partial F_{i_{3j}}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_{3j}}}{\partial F_{i_{4j}}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_{4j}}}{\partial q_m} \Big|_0, \quad (2.7)$$

$$\text{де} \quad \left. \frac{\partial F_{i_1}}{\partial F_{i_2}} \right|_0 = -\frac{1}{2\sqrt{F_{i_2}}} \Big|_0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_2}}{\partial F_{i_3j}} \right|_0 = 1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_3j}}{\partial F_{i_4j}} \right|_0 = 2F_{i_4j} \Big|_0.$$

Підставимо далі (2.7) у вираз (2.5). Після очевидних перетворень вираз для узагальненої сили q_n – тої узагальненої координати набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = & \sum_i \sum_m C_i \left(\left. \frac{\partial F_{i_1}}{\partial F_{i_2}} \right|_0 \right)^2 \cdot \left(\sum_{j_1=1}^3 \left. \frac{\partial F_{i_2}}{\partial F_{i_3j_1}} \right|_0 \cdot \left. \frac{\partial F_{i_3j_1}}{\partial F_{i_4j_1}} \right|_0 \cdot \left. \frac{\partial F_{i_4j_1}}{\partial q_m} \right|_0 \right) \times \\ & \times \left(\sum_{j_2=1}^3 \left. \frac{\partial F_{i_2}}{\partial F_{i_3j_2}} \right|_0 \cdot \left. \frac{\partial F_{i_3j_2}}{\partial F_{i_4j_2}} \right|_0 \cdot \left. \frac{\partial F_{i_4j_2}}{\partial q_i} \right|_0 \right) \times q_m, \quad (m=1-12, n=1-6). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Рівняння (2.8) дозволяє шляхом елементарних операцій диференціювання одержати формульний вираз узагальненої сили через узагальнені координати багатовимірної механічної об'єкта і поступальні та кутові координати його кінематичного збудження з боку корпусу виробу або платформи просторового вібростенда.

Для вертикального пружного елемента 5 наведеного на рисунку 2.1 тривимірної об'єкта випробувань $\bar{Q}_1 = \{q_1, q_2, q_3\}' = \{y_1, z_1, \theta_1\}'$ за трикоординатного способу його навантаження $\bar{Q}_2 = \{q_4, q_5, q_6\}' = \{y_2, z_2, \theta_2\}'$ одержимо, наприклад, для координати $q_2 = z_1$, що:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dF_{11}}{dF_{12}} \right|_0 &= -\frac{1}{2\sqrt{F_{12}}} \Big|_0 = -\frac{1}{2\sqrt{(z_{0_1}^{o\phi} - z_{0_{nn}} - z_{0_2}^{nl})^2}} = -\frac{1}{2|z_{0_1}^{o\phi} - z_{0_{nn}} - z_{0_2}^{nl}|}; \\ \left. \frac{dF_{12}}{dF_{131}} \right|_0 &= \left. \frac{dF_{12}}{dF_{132}} \right|_0 = \left. \frac{dF_{12}}{dF_{133}} \right|_0 = 1; \quad \left. \frac{dF_{131}}{dF_{141}} \right|_0 = 2F_{141} \Big|_0 = 0; \\ \left. \frac{dF_{132}}{dF_{142}} \right|_0 &= 2F_{142} \Big|_0 = 0; \quad \left. \frac{dF_{133}}{dF_{143}} \right|_0 = 2F_{143} \Big|_0 = 2|z_{0_1}^{o\phi} - z_{0_{nn}} - z_{0_2}^{nl}|; \\ \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial q_1} \right|_0 &= \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial y_1} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial q_1} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial y_1} \right|_0 = 1; \quad \left. \frac{\partial F_{143}}{\partial q_1} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_{143}}{\partial y_1} \right|_0 = 0; \\ \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial q_2} \right|_0 &= \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial z_1} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial q_2} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial z_1} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{143}}{\partial q_2} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_{143}}{\partial z_1} \right|_0 = 1; \\ \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial q_3} \right|_0 &= \left. \frac{\partial F_{141}}{\partial \theta_1} \right|_0 = (-x_{0_1}^{o\phi} \sin \varphi_1 \sin \psi_1 \cos \theta_1 + y_0^{o\phi} \sin \psi_1 \sin \theta_1 + \\ &+ z_0^{o\phi} \cos \varphi_1 \sin \psi_1 \cos \theta_1) \Big|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial q_3} \right|_0 = \left. \frac{\partial F_{142}}{\partial \theta_1} \right|_0 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(x_{0_1}^{o\sigma} \sin \varphi_1 \cos \psi_1 \cos \theta_1 - y_{0_1}^{o\sigma} \cos \psi_1 \sin \theta_1 - z_{0_1}^{o\sigma} \cos \varphi_1 \cos \psi_1 \cos \theta_1 \right) \Big|_0 = -z_{0_1}^{o\sigma}; \\
&\frac{\partial F_{143}}{\partial q_3} \Big|_0 = \frac{\partial F_{143}}{\partial \theta_1} \Big|_0 = \left(x_{0_1}^{o\sigma} \sin \theta_1 \sin \varphi_1 \right) + y_{0_1}^{o\sigma} \cos \theta_1 - z_{0_1}^{o\sigma} \sin \theta_1 \cos \varphi_1 \Big|_0 = y_{0_1}^{o\sigma}; \\
&\frac{\partial F_{141}}{\partial q_4} \Big|_0 = \frac{\partial F_{141}}{\partial y_2} \Big|_0 = 0; \quad \frac{\partial F_{142}}{\partial q_4} \Big|_0 = \frac{\partial F_{142}}{\partial y_2} \Big|_0 = -1; \quad \frac{\partial F_{143}}{\partial q_4} \Big|_0 = \frac{\partial F_{143}}{\partial y_2} \Big|_0 = 0; \\
&\frac{\partial F_{141}}{\partial q_5} \Big|_0 = \frac{\partial F_{141}}{\partial z_2} \Big|_0 = 0; \quad \frac{\partial F_{142}}{\partial q_5} \Big|_0 = \frac{\partial F_{142}}{\partial z_2} \Big|_0 = 0; \quad \frac{\partial F_{143}}{\partial q_5} \Big|_0 = \frac{\partial F_{143}}{\partial z_2} \Big|_0 = -1; \\
&\frac{\partial F_{141}}{\partial q_6} \Big|_0 = \frac{\partial F_{141}}{\partial \theta_2} \Big|_0 = \left(x_{0_2}^{nl} \sin \varphi_2 \sin \psi_2 \cos \theta_2 - y_{0_2}^{nl} \sin \psi_2 \sin \theta_2 - \right. \\
&\quad \left. - z_{0_2}^{nl} \cos \varphi_2 \sin \psi_2 \cos \theta_2 \right) \Big|_0 = 0; \\
&\frac{\partial F_{142}}{\partial q_6} \Big|_0 = \frac{\partial F_{142}}{\partial \theta_2} \Big|_0 = \\
&= \left(x_{0_2}^{nl} \sin \varphi_2 \cos \psi_2 \cos \theta_2 - y_{0_2}^{nl} \cos \psi_2 \sin \theta_2 + z_{0_2}^{nl} \cos \varphi_2 \cos \psi_2 \cos \theta_2 \right) \Big|_0 = z_{0_2}^{nl}; \\
&\frac{\partial F_{143}}{\partial q_6} \Big|_0 = \frac{\partial F_{143}}{\partial \theta_2} \Big|_0 = \left(-x_{0_2}^{nl} \sin \theta_2 \sin \varphi_2 \right) - y_{0_2}^{nl} \cos \theta_2 - z_{0_2}^{nl} \sin \theta_2 \cos \varphi_2 \Big|_0 = -y_{0_2}^{nl};
\end{aligned}$$

Остаточно для узагальненої сили $Q_2 = Q_{z_1}$ з огляду на вирази (2.2), (2.5) і (2.8) за $m = 6, n = 3$, буде:

$$\begin{aligned}
&C_1 \sum_m \frac{\partial U_1}{\partial q_m} \Big|_0 \cdot \frac{\partial U_1}{\partial q_2} \Big|_0 \cdot q_m = C_1 \frac{1}{4 \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right)^2} \times \\
&\times \left[\left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot 0 \right) \cdot y_1 + \right. \\
&\quad + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot 1 \right) \cdot z_1 + \\
&\quad + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot \left(-z_{0_1}^{o\sigma} \right) + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot \left(y_{0_1}^{o\sigma} \right) \right) \cdot \theta_1 + \\
&\quad + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot 0 \right) \cdot y_2 + \\
&\quad + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot (-1) \right) \cdot z_2 + \\
&\quad + \left. \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot \left(z_{0_2}^{nl} \right) + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot \left(-y_{0_2}^{nl} \right) \right) \cdot \theta_2 \right] \times \\
&\quad \times \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right) \cdot 1 \right) = \\
&= C_1 \frac{1}{4 \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right)^2} \cdot \left(0 \cdot y_1 + 4 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right)^2 \cdot z_1 + 4 \cdot \left(z_{0_1}^{o\sigma} - z_{0_{nl}} - z_{0_2}^{nl} \right)^2 \times \right.
\end{aligned}$$

$$\times y_{0_1}^{ob} \cdot \theta_1 - 4 \cdot \left(z_{0_1}^{ob} - z_{0_n} - z_{0_2}^{nl} \right)^2 \cdot y_{0_1}^{nl} \cdot \theta_2 = C_1 \cdot z_1 + C_1 \cdot y_{0_1}^{ob} \cdot \theta_1 - \\ - C_1 \cdot z_2 - C_1 \cdot y_{0_2}^{nl} \cdot \theta_2.$$

Для опису дисипативної функції Релея застосуємо гіпотезу [1, 26, 66, 68], відповідно до якої сили опору зараховують до переміщень точок кріплення пружних елементів, враховуючи, що в них діють зосереджені сили опору руху, пропорційні швидкості переміщення цих точок щодо положення рівноваги:

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_i b_i \dot{u}^2, \quad (2.9)$$

де b_i – коефіцієнти опору руху.

У такому випадку одержимо, що в рівнянні (2.1)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_n} \left(\frac{1}{2} \sum_i b_i \dot{U}_i^2 \right) = \sum_i b_i \dot{U}_i \cdot \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n}. \quad (2.10)$$

За аналогією $\frac{\partial \Pi}{\partial q_n}$ розкладемо функцію $\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n}$ в (2.10) у положенні рівноваги

системи в ряд Маклорена, обмеживши лінійним ядром $R_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} \right)$ ряду:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} = \sum_i b_i \dot{U}_i \Big|_0 \cdot \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} \Big|_0 + \sum_i \sum_m b_i \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{q}_m} \left(\dot{U}_i \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} \right) \Big|_0 \cdot \dot{q}_m = \\ = \sum_i b_i \dot{U}_i \Big|_0 \cdot \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} \Big|_0 + \sum_i \sum_m b_i \cdot \left(\frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_m} \cdot \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} + \dot{U}_i \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{q}_m} \cdot \left(\frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} \right) \right) \cdot \dot{q}_m. \quad (2.11)$$

При $\dot{U}_i = \sum_k \frac{\partial U_i}{\partial q_k} \cdot \dot{q}_k$, $\frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_m} = \frac{\partial U_i}{\partial q_m}$, $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_m} \cdot \left(\frac{\partial \dot{U}_i}{\partial \dot{q}_n} \right) = 0$ буде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} = \sum_i \sum_m b_i \cdot \frac{\partial U_i}{\partial q_m} \Big|_0 \cdot \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \Big|_0 \cdot \dot{q}_m. \quad (2.12)$$

У виразі (2.12) $\frac{\partial U_i}{\partial q_m}$ відповідає вираженню (2.7).

Остаточно з огляду на (2.6), (2.8) одержимо:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} = \sum_i \sum_m b_i \cdot \left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \Big|_0 \right)^2 \cdot \left(\sum_{j_1=1}^3 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_1}}{dF_{i_4 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_1}}{\partial q_m} \Big|_0 \right) \times \\ \times \left(\sum_{j_2=1}^3 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_2}}{dF_{i_4 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_2}}{\partial q_n} \Big|_0 \right) \cdot \dot{q}_m, \quad (m=1-12, n=1-6). \quad (2.13)$$

З урахуванням (2.8) і (2.13) рівняння Лагранжа (2.1) набуде такого формульного вигляду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_n} - \frac{\partial T}{\partial q_n} = - \sum_m A_{1mn} \dot{q}_m - \sum_m A_{2mn} \ddot{q}_m, \quad (2.14)$$

$$\text{де } A_{1mn} = \sum_i C_i B_{imn}; \quad A_{2mn} = \sum_i b_i B_{imn},$$

$$B_{imn} = \sum_m \left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \bigg|_0 \right)^2 \cdot \left(\sum_{j_1=1}^3 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_1}} \bigg|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_1}}{dF_{i_4 j_1}} \bigg|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_1}}{\partial q_m} \bigg|_0 \right) \times \\ \times \left(\sum_{j_2=1}^3 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_2}} \bigg|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_2}}{dF_{i_4 j_2}} \bigg|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_2}}{\partial q_n} \bigg|_0 \right).$$

На відміну від робіт [1, 26, 66] коефіцієнти A_{1mn} і A_{2mn} рівняння (2.14) визначаються процедурою розкладання узагальнених сил $\frac{\partial \Pi}{\partial q_n}$ і $\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n}$ у ряд Маклорена і відповідають коефіцієнтам при перемінних лінійного ядра рядів у положенні рівноваги аналізованої механічної системи.

2.2 Модель тривимірного ОПС в узагальнених координатах за трикоординатного поступально-кутового вібронавантаження

Схема аналізованого тривимірного об'єкта випробувань за трикоординатного поступально-кутового вібронавантаження наведена на рисунку 2.3. Позначення систем координат $O_1 y_1 z_1$, $O_{об} y_{об} z_{об}$, $O_{1об} y_{1об} z_{1об}$ і $O_2 y_2 z_2$, $O_{нл} y_{нл} z_{нл}$, $O_{1нл} y_{1нл} z_{1нл}$, а також найменування і позначення узагальнених координат відповідають прийнятим у розділі 2.1.

Для побудови математичної моделі аналізованої механічної системи скористаємося загальними положеннями розділу 2.1, формулою 2.14, а також методами теорії передатних функцій стосовно до задач механіки, розроблених у роботах [1, 3, 5, 6, 66 – 69]. Тоді для наведеного на рисунку 2.3 об'єкта одержимо: $Q_1 = \{y_1, z_1, \theta_1\}$; $Q_2 = \{y_2, z_2, \theta_2\}$; $V_{0_1} = \{\dot{y}_1, \dot{z}_1\}$; $\bar{\omega}_1 = \{\omega_{x_1}\} = \{\dot{\theta}_1\}$; $\bar{r}_c = \{y_c, z_c\}$; $\bar{K}_{0_1} = \{J_{x_1 x_1} \cdot \omega_{x_1}\} = \{J_{x_1 x_1} \cdot \dot{\theta}_1\}$ – кінетичний момент об'єкта щодо полюса O_1 ;

$$T = \frac{1}{2} M \bar{V}_{0_1} \cdot \bar{V}'_{0_1} + M \bar{V}_{0_1} \cdot (\bar{\omega}_1 \cdot \bar{r}_c) + \frac{1}{2} \bar{K}_{0_1} \cdot \bar{\omega}_1 = \frac{1}{2} M (\dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) +$$

$$+ M \begin{vmatrix} 0 & \dot{y}_1 & \dot{z}_1 \\ \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & y_c & z_c \end{vmatrix} + \frac{1}{2} J_{x_1 x_1} \dot{\theta}_1^2.$$

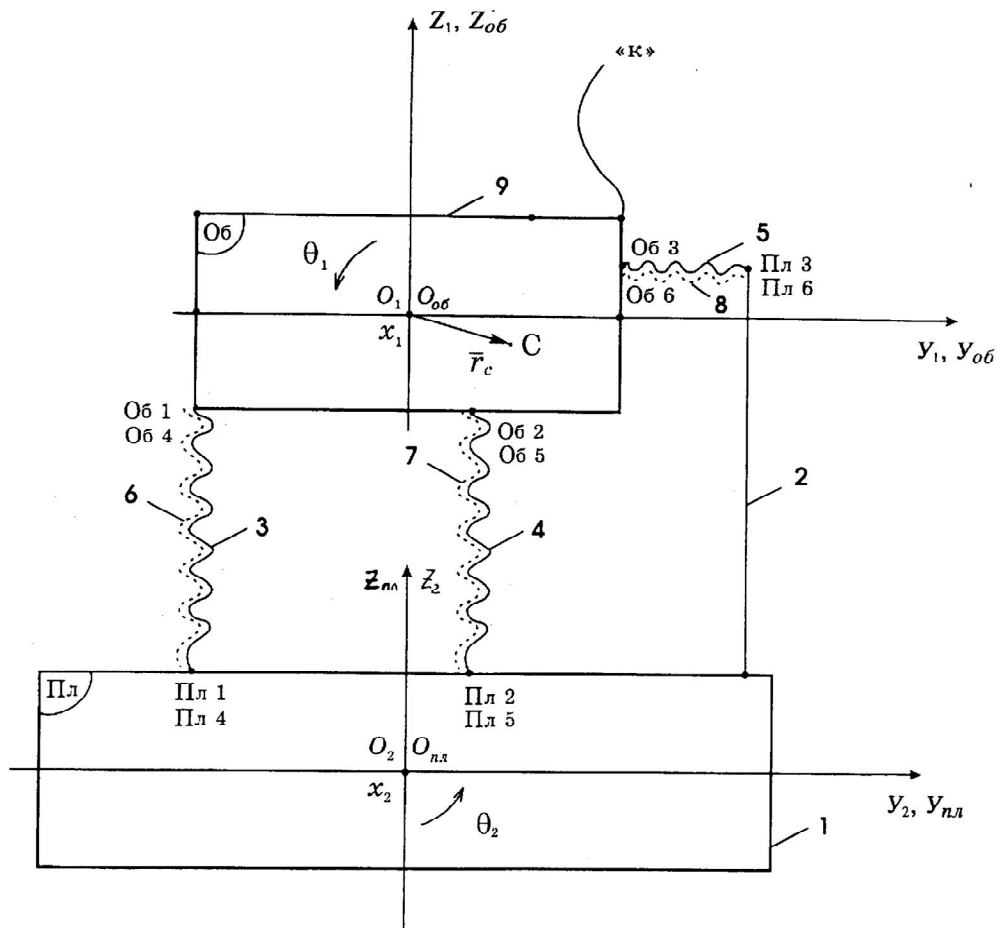


Рисунок 2.3 – Механічна схема тривимірного ОПС:

1 – платформа просторового вібростенда, що моделює в умовах стендових випробувань корпус виробу, на якому закріплюється випробуваний об'єкт; 2 – жорстко зв'язана з платформою штанга, що моделює пристосування для кріплення об'єкта до платформи; 3-8 – пружні елементи з коефіцієнтами жорсткості C_{1-6} і опору b_{1-6} , що моделюють блок амортизації і демпфірування об'єкта (пружні й дисипативні характеристики об'єкта); 9 – конструктивний елемент масою M , що моделює інерційні характеристики об'єкта; \bar{r}_c – радіус-вектор центра мас об'єкта

Прийmemo додатково, що для об'єкта випробувань точки C і O_1 збігаються:

$$T = \frac{1}{2} (M\dot{y}_1^2 + M\dot{z}_1^2 + J_{x_1x_1} \dot{\theta}_1^2);$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = M\dot{y}_1; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} = M\dot{z}_1;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_3} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = J_{x_1x_1} \ddot{\theta}_1; \quad \frac{\partial T}{\partial q_n} = 0, (n = \overline{1,3});$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_n} = \frac{\partial}{\partial q_n} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 C_i U_i^2 \right) = \sum_{i=1}^6 \sum_{m=1}^6 C_i \frac{\partial U_i}{\partial q_m} \bigg|_0 \cdot \frac{\partial U_i}{\partial q_n} \bigg|_0 \cdot q_m =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^6 C_i \left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \Big|_0 \right)^2 \cdot \left(\sum_{m=1}^6 \sum_{j_1=1}^2 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_1}}{dF_{i_4 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_1}}{\partial q_m} \Big|_0 \cdot q_m \right) \times \\
&\times \left(\sum_{j_2=1}^2 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_2}}{dF_{i_4 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_2}}{\partial q_n} \Big|_0 \right); \\
F_{i_1} &= \left(\left(y_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 - y_{0_{nn} i} - y_2 - y_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 \right)^2 + \right. \\
&\left. + \left(z_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 + z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_{nn} i} - z_2 - y_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 - z_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 \right)^2 \right)^{1/2} = \sqrt{F_{i_2}}; \\
q_n &\in \{y_1, z_1, \theta_1\}, \quad q_m \in \{y_1, z_1, \theta_1, y_2, z_2, \theta_2\}, \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n} &= \sum_{i=1}^6 b_i \left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \Big|_0 \right)^2 \cdot \left(\sum_{m=1}^6 \sum_{j_1=1}^2 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_1}}{dF_{i_4 j_1}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_1}}{\partial q_m} \Big|_0 \cdot \dot{q}_m \right) \times \\
&\times \left(\sum_{j_2=1}^2 \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{dF_{i_3 j_2}}{dF_{i_4 j_2}} \Big|_0 \cdot \frac{\partial F_{i_4 j_2}}{\partial q_n} \Big|_0 \right);
\end{aligned}$$

для елементів 3, 4, 6, 7 ($i \in \{1, 2, 4, 5\}$) $y_{0_1 i}^{o\bar{o}} = y_{0_{nn} i} + y_{0_2 i}^{nn}$,

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \Big|_0 \right)^2 &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{F_{i_2}}} \Big|_0 \right)^2 = \\
&= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\left(y_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 - y_{0_{nn} i} - y_2 - y_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 \right)^2 +} \\
&\frac{1}{\left(z_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 + z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_{nn} i} - z_2 - y_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 - z_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 \right)^2} \Big|_0 = \\
&= \frac{1}{4 \left(z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nn} i} - z_{0_2 i}^{nn} \right)^2};
\end{aligned}$$

для елементів 5, 8 ($i \in \{3, 6\}$) $z_{0_1 i}^{o\bar{o}} = z_{0_{nn} i} + z_{0_2 i}^{nn}$,

$$\left(\frac{dF_{i_1}}{dF_{i_2}} \Big|_0 \right)^2 = \frac{1}{4 \left(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nn} i} - y_{0_2 i}^{nn} \right)^2}; \quad \frac{dF_{i_2}}{dF_{i_3 j}} = \frac{d}{dF_{i_3 j}} \left(\sum_j F_{i_3 j} \right) = 1 \forall j = \{j_1, j_2\}, i;$$

$$\text{для елементів 3, 4, 6, 7} \quad \frac{dF_{i_3 j}}{dF_{i_4 j}} \Big|_0 = \frac{d}{dF_{i_4 j}} \left(\sum_j (F_{i_4 j})^2 \Big|_0 \right) = 2F_{i_4 j} \Big|_0;$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{dF_{i_{32}}}{dF_{i_{42}}} \right|_0 &= 2F_{i_{42}} \Big|_0 = \\
&= 2 \left(y_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 - y_{0_{nn} i} - y_2 - y_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 \right) \Big|_0 = 0; \\
\left. \frac{dF_{i_{33}}}{dF_{i_{43}}} \right|_0 &= 2F_{i_{43}} \Big|_0 = \\
&= 2 \left(z_1 + y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 + z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_{nn} i} - z_2 - y_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 - z_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 \right) \Big|_0 = \\
&= 2 \left(z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nn} i} - z_{0_2 i}^{nn} \right); \\
\left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial y_1} \right|_0 &= 1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial z_1} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial \theta_1} \right|_0 = \left(-y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 \right) \Big|_0 = -z_{0_1 i}^{o\bar{o}}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial y_2} \right|_0 &= -1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial z_2} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial \theta_2} \right|_0 = \left(y_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 \right) \Big|_0 = z_{0_2 i}^{nn}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial y_1} \right|_0 &= 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial z_1} \right|_0 = 1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial \theta_1} \right|_0 = \left(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 \right) \Big|_0 = y_{0_1 i}^{o\bar{o}}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial y_2} \right|_0 &= 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial z_2} \right|_0 = -1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial \theta_2} \right|_0 = \left(-y_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 \right) \Big|_0 = -y_{0_2 i}^{nn}.
\end{aligned}$$

для елементів 5, 8

$$\begin{aligned}
\left. \frac{dF_{i_{32}}}{dF_{i_{42}}} \right|_0 &= 2F_{i_{42}} \Big|_0 = 2 \left(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nn} i} - y_{0_2 i}^{nn} \right); \quad \left. \frac{dF_{i_{33}}}{dF_{i_{43}}} \right|_0 = 2F_{i_{43}} \Big|_0 = 0; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial y_1} \right|_0 &= 1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial z_1} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial \theta_1} \right|_0 = \left(-y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 \right) \Big|_0 = -z_{0_1 i}^{o\bar{o}}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial y_2} \right|_0 &= -1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial z_2} \right|_0 = 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{42}}}{\partial \theta_2} \right|_0 = \left(y_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 \right) \Big|_0 = z_{0_2 i}^{nn}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial y_1} \right|_0 &= 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial z_1} \right|_0 = 1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial \theta_1} \right|_0 = \left(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cos \theta_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \sin \theta_1 \right) \Big|_0 = y_{0_1 i}^{o\bar{o}}; \\
\left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial y_2} \right|_0 &= 0; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial z_2} \right|_0 = -1; \quad \left. \frac{\partial F_{i_{43}}}{\partial \theta_2} \right|_0 = \left(-y_{0_2 i}^{nn} \cos \theta_2 + z_{0_2 i}^{nn} \sin \theta_2 \right) \Big|_0 = -y_{0_2 i}^{nn}.
\end{aligned}$$

З огляду на отриману сукупність похідних функцій F_{ijk} запишемо вираз

для узагальнених сил $\frac{\partial \Pi}{\partial y_1}$ і $\frac{\partial \Phi}{\partial y_1}$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} = & \sum_{i \in \{1,2,4,5\}} C_i \frac{1}{4(z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl})^2} \times \\
& \times \left[\left(1 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot 0 \right) \cdot y_1 + \right. \\
& + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot 1 \right) \cdot z_1 + \\
& + \left(1 \cdot 0 \cdot (-z_{0_1 i}^{o\bar{o}}) + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \right) \cdot \theta_1 + \\
& + \left(1 \cdot 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot 0 \right) \cdot y_2 + \\
& + \left(1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot (-1) \right) \cdot z_2 + \\
& + \left. \left(1 \cdot 0 \cdot z_{0_2 i}^{nl} + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot (-y_{0_2 i}^{nl}) \right) \cdot \theta_2 \right] \times \\
& \times \left(1 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot (z_{0_1 i}^{o\bar{o}} - z_{0_{nl} i} - z_{0_2 i}^{nl}) \cdot 0 \right) + \\
& + \sum_{i \in \{3,6\}} C_i \frac{1}{4(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl})^2} \cdot \left[\left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 0 \right) \cdot y_1 + \right. \\
& + \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 1 \right) \cdot z_1 + \\
& + \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot (-z_{0_1 i}^{o\bar{o}}) + 1 \cdot 0 \cdot y_{0_1 i}^{o\bar{o}} \right) \cdot \theta_1 + \\
& + \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot (-1) + 1 \cdot 0 \cdot 0 \right) \cdot y_2 + \\
& + \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot (-1) \right) \cdot z_2 + \\
& + \left. \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot z_{0_2 i}^{nl} + 1 \cdot 0 \cdot (-y_{0_2 i}^{nl}) \right) \cdot \theta_2 \right] \times \\
& \times \left(1 \cdot 2 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 0 \right) = \sum_{i \in \{3,6\}} C_i \frac{1}{4(y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl})^2} \times \\
& \times \left(4 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot y_1 - 4 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cdot \theta_1 - \right. \\
& - 4 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot y_2 + 4 \cdot (y_{0_1 i}^{o\bar{o}} - y_{0_{nl} i} - y_{0_2 i}^{nl}) \cdot z_{0_1 i}^{nl} \cdot \theta_2 \Big) = \\
& = \sum_{i \in \{3,6\}} C_i \left(y_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cdot \theta_1 - y_2 + z_{0_2 i}^{nl} \cdot \theta_2 \right); \tag{2.15}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{y}_1} = \sum_{i \in \{3,6\}} b_i \left(\dot{y}_1 - z_{0_1 i}^{o\bar{o}} \cdot \dot{\theta}_1 - \dot{y}_2 + z_{0_2 i}^{nl} \cdot \dot{\theta}_2 \right). \tag{2.16}$$

Аналіз рівнянь (2.15) і (2.16) свідчить, що за малих коливань лінійні ядра рядів Маклорена для узагальнених сил $\frac{\partial \Pi}{\partial q_n}$ і $\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_n}$ за структурою і коефіцієнтами при змінних q_m, \dot{q}_m і формульні вирази для цих узагальнених

сил, отримані на базі процедури лінеаризації деформації пружного елемента, збігаються. Цей факт підтверджує вірогідність проведених досліджень.

Після очевидних перетворень система диференціальних рівнянь (у матричній формі) набуде такого вигляду:

$$W_1 Q_1 = W_2 Q_2, \quad (2.17)$$

$$\text{де } Q_1 = [y_1, z_1, \theta_1]^T; Q_2 = [y_2, z_2, \theta_2]^T;$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_{1y} & 0 & -W_{1y\theta} \\ 0 & W_{1z} & W_{1z\theta} \\ -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix};$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} W_{2y} & 0 & -W_{2y\theta_2} \\ 0 & W_{2z} & W_{2z\theta_2} \\ -W_{2y\theta} & W_{2z\theta} & W_{2\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix};$$

$$W_{1y} = Mp^2 + \sum_{i_y} b_{i_y} p + \sum_{i_y} c_{i_y}, \quad i_y \in \{3, 6\};$$

$$W_{1y\theta} = W_{2y\theta} = \sum_{i_y} b_{i_y} z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}} p + \sum_{i_y} c_{i_y} z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}},$$

$$W_{1z} = Mp^2 + \sum_{i_z} b_{i_z} p + \sum_{i_z} c_{i_z}, \quad i_z \in \{1, 2, 4, 5\};$$

$$W_{1z\theta} = W_{2z\theta} = \sum_{i_z} b_{i_z} z_{0_1 i_z}^{o\bar{o}} p + \sum_{i_z} c_{i_z} z_{0_1 i_z}^{o\bar{o}},$$

$$W_{1\theta} = J_{x_1 x_1} p^2 + \left(\sum_{i_y} b_{i_y} \left(z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}} \right)^2 p + \sum_{i_z} b_{i_z} \left(y_{0_1 i_z}^{o\bar{o}} \right)^2 \right) \cdot p +$$

$$+ \sum_{i_y} c_{i_y} \left(z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}} \right)^2 + \sum_{i_z} c_{i_z} \left(y_{0_1 i_z}^{o\bar{o}} \right)^2;$$

$$W_{2y} = \sum_{i_y} b_{i_y} p + \sum_{i_y} c_{i_y}; \quad W_{2z} = \sum_{i_z} b_{i_z} p + \sum_{i_z} c_{i_z};$$

$$W_{2y\theta_2} = \sum_{i_y} b_{i_y} z_{0_2 i_y}^{nl} p + \sum_{i_y} c_{i_y} z_{0_2 i_y}^{nl}; \quad W_{2z\theta_2} = \sum_{i_z} b_{i_z} y_{0_2 i_z}^{nl} p + \sum_{i_z} c_{i_z} y_{0_2 i_z}^{nl};$$

$$W_{2\theta} = \left(\sum_{i_y} b_{i_y} z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}} z_{0_2 i_y}^{nl} + \sum_{i_z} b_{i_z} y_{0_1 i_z}^{o\bar{o}} y_{0_2 i_z}^{nl} \right) \cdot p +$$

$$+ \sum_{i_y} c_{i_y} z_{0_1 i_y}^{o\bar{o}} z_{0_2 i_y}^{nl} + \sum_{i_z} c_{i_z} y_{0_1 i_z}^{o\bar{o}} y_{0_2 i_z}^{nl}.$$

Динамічна модель тривимірного об'єкта випробувань в узагальнених координатах y_1, z_1, θ_1 за його трикоординатного y_2, z_2, θ_2 поступально-кутового вібронавантаження набуде, з огляду на (2.17), вигляду

$$Q_1 = W_1^{-1} W_2 Q_2 = \frac{Adj W_1}{|W_1|} \cdot W_2 \cdot Q_2 = W_3 \cdot Q_2, \quad (2.18)$$

де $Adj W_1 = [C_{ji}]$; C_{ji} – алгебраїчне доповнення [1, 3, 70] елемента a_{ij} матриці $W_1 = [a_{ij}]$; $C_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$; M_{ij} – мінор елемента a_{ij} .

Структурна схема моделі наведена на рисунку 2.4, де

$$C_{11} = \begin{bmatrix} W_{1z} & W_{1z\theta} \\ W_{1z\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix} = W_{1z}W_{1\theta} - W_{1z\theta}W_{1z\theta} = W_{1z}W_{1\theta} - W_{1z\theta}^2;$$

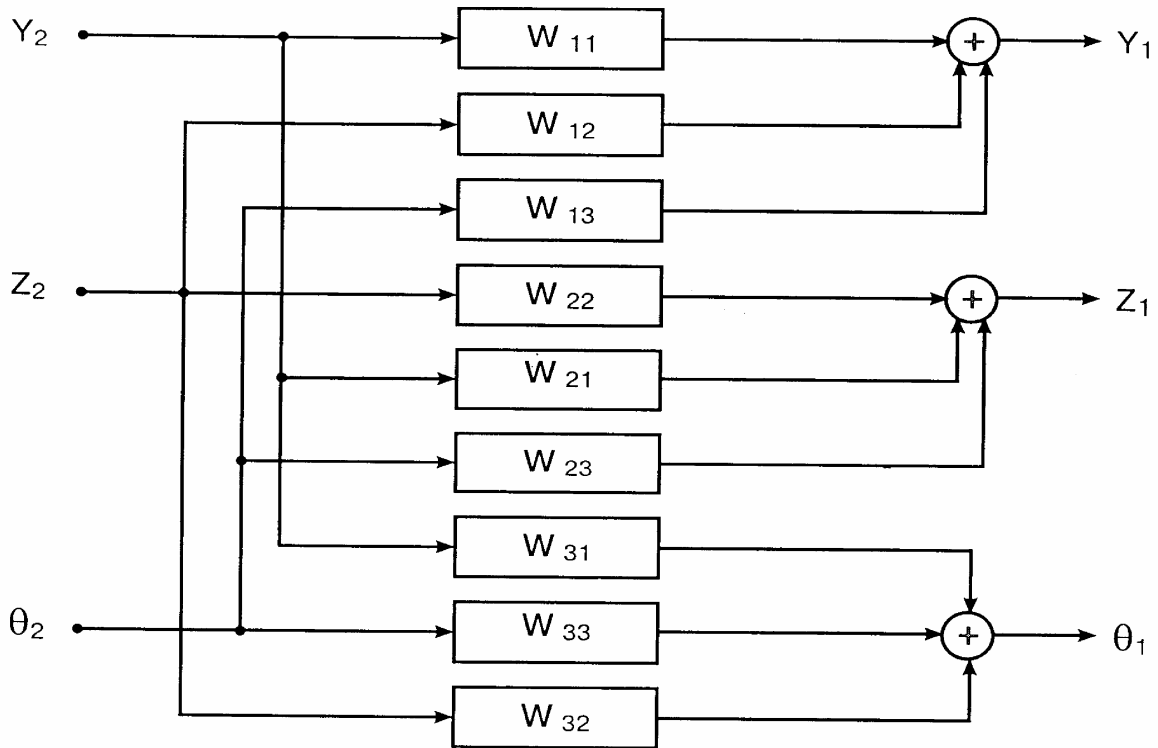


Рисунок 2.4 – Структурна схема ОПС

$$C_{12} = (-1) \begin{bmatrix} 0 & W_{1z\theta} \\ -W_{1y\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix} = -W_{1y\theta}W_{1z\theta}; \quad C_{13} = \begin{bmatrix} 0 & W_{1z} \\ -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} \end{bmatrix} = W_{1y\theta}W_{1z};$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} W_{1y} & -W_{1y\theta} \\ -W_{1y\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix} = W_{1y}W_{1\theta} - W_{1y\theta}^2;$$

$$C_{23} = (-1) \begin{bmatrix} W_{1y} & 0 \\ -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} \end{bmatrix} = -W_{1y}W_{1z\theta};$$

$$C_{33} = \begin{bmatrix} W_{1y} & 0 \\ 0 & W_{1z} \end{bmatrix} = W_{1y}W_{1z}, \quad C_{21} = C_{12}, \quad C_{31} = C_{13}, \quad C_{32} = C_{23}.$$

$$\begin{aligned}
\text{TyT } W_3 &= \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix}; \quad W_{11} = \frac{1}{|W_1|} (c_{11}b_{11} + c_{12}b_{21} + c_{13}b_{31}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(W_{1z}W_{1\theta} - W_{1z\theta}^2)W_{2y} + (W_{1y\theta}W_{1z})(-W_{2y\theta}) \right]; \\
W_{21} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{21}b_{11} + c_{22}b_{21} + c_{23}b_{31}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(-W_{1y\theta}W_{1z\theta})W_{2y} + (-W_{1y}W_{1z\theta})(-W_{2y\theta}) \right]; \\
W_{31} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{31}b_{11} + c_{32}b_{21} + c_{33}b_{31}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(W_{1y\theta}W_{1z})W_{2y} + (W_{1y}W_{1z})(-W_{2y\theta}) \right]; \\
W_{12} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{11}b_{12} + c_{12}b_{22} + c_{13}b_{32}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(-W_{1y\theta}W_{1z\theta})W_{2z} + W_{1y\theta}W_{1z}W_{2z\theta} \right]; \\
W_{22} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{21}b_{12} + c_{22}b_{22} + c_{23}b_{32}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(W_{1y}W_{1\theta} - W_{1y\theta}^2)W_{2z} + (-W_{1y}W_{1z\theta})W_{2z\theta} \right]; \\
W_{32} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{31}b_{12} + c_{32}b_{22} + c_{33}b_{32}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(-W_{1y}W_{1z\theta})W_{2z} + (W_{1y}W_{1z})W_{2z\theta} \right]; \\
W_{13} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{11}b_{13} + c_{12}b_{23} + c_{13}b_{33}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(W_{1z}W_{1\theta} - W_{1z\theta}^2)(-W_{2y\theta_2}) + (-W_{1y\theta}W_{1z\theta})W_{2z\theta_2} + (W_{1y\theta}W_{1z})W_{2\theta} \right]; \\
W_{23} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{21}b_{13} + c_{22}b_{23} + c_{23}b_{33}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} \left[(-W_{1y\theta}W_{1z\theta})(-W_{2y\theta_2}) + (W_{1y}W_{1\theta} - W_{1y\theta}^2)(W_{2z\theta_2}) + (-W_{1y}W_{1z\theta})W_{2\theta} \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{33} &= \frac{1}{|W_1|} (c_{31}b_{13} + c_{32}b_{23} + c_{33}b_{33}) = \\
&= \frac{1}{|W_1|} [(W_{1y\theta}W_{1z})(-W_{2y\theta_2}) + (-W_{1y}W_{1z\theta})W_{2z\theta_2} + (W_{1y}W_{1z})W_{2\theta}]; \\
|W_1| &= W_{1y}W_{1z}W_{1\theta} - W_{1y\theta}W_{1z}W_{1y\theta} - W_{1y}W_{1z\theta}W_{1z\theta}.
\end{aligned}$$

Модель (2.18) найбільш зручна для проведення досліджень взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії параметрів (амплітуда, частота, зсув фаз) поступально-кутового кінематичного збудження на закони руху (переміщення, швидкість, прискорення, резонансні коливання: власні, сполучені) об'єкта в напрямку узагальнених координат. Крім того, динамічна модель (2.18) може бути використана під час випробувань на вібронадійність у задачах аналізу показників стійкості функціонування і міцності експериментальних зразків ОПС, а також об'єктів нової техніки.

2.3 Модель ОПС в абсолютних координатах контрольної точки об'єкта випробувань

У динамічній моделі (2.18) координатними складовими вектора \overline{Q}_2 вхідних впливів є поступально-кутові вібрації платформи просторового вібростенда. Функціональні можливості багатокоординатних вібростендів на практиці обмежуються діапазоном f_p робочих частот.

За даними робіт [1, 7, 22], стенди поступально-кутової вібрації мають діапазон робочих частот $f_p \leq 100$ Гц, що обмежує номенклатуру випробуваних на вібронадійність ОПС агрегатами і вузлами переважно наземних транспортних засобів.

Для багатьох виробів машинобудування, транспортної, авіаційної і космічної техніки на практиці має місце співвідношення $f_p \geq 1000$ Гц. У цьому випадку при випробуваннях як засоби вібронавантаження застосовують звичайно [1, 3, 5, 6] просторові поступальні стенди, побудовані на базі електродинамічних віброзбудників, та вузлах з'єднання столів віброзбудників із платформою стенда, наприклад, гідростатичного принципу дії.

Однак у процесі випробувань ОПС на поступальних вібростендах коливання точок кріплення їхніх пружних елементів (рис. 2.1, 2.2) до платформи будуть визначатися не параметрами поступально-кутових вібрацій платформи, а параметрами її тільки поступальних вібрацій. Крім того, під час випробувань ОПС на вібронадійність їхні показники стійкості функціонування і міцності формалізуються здебільшого на основі абсолютних вібрацій конструктивного елементу 9 (рис. 2.3) у заданій контрольній точці «К».

З огляду на вищевикладене, перетворимо динамічну модель (2.18) тривимірного об'єкта випробувань до виду, для якого як вектор вхідних впливів застосовується вектор $\overline{Q}_{2n} = \{y_{nl3}, z_{nl1}, z_{nl2}\}$, координатними складовими якого є

абсолютні вібрації платформи 1 (модель ОПС на рисунку 2.3) у напрямку осей $O_{nl}y_{nl}$, $O_{nl}z_{nl}$ у точках закріплення елементів 3-8, а вектором вихідних впливів є вектор $\bar{Q}_{2k} = \{y_k, z_k\}$ абсолютних вібрацій контрольної точки «К» об'єкта в системі координат $O_{ob}y_{ob}z_{ob}$. З урахуванням [1, 3] одержимо

$$\bar{Q}_{2n} = W_{3n} \cdot \bar{Q}_2, \quad (2.19)$$

$$\text{де } W_{3n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_{023}^{nl} \\ 0 & 1 & y_{021}^{nl} \\ 0 & 1 & y_{022}^{nl} \end{bmatrix} - \text{матриця перетворень коливань платформи від}$$

узагальнених координат y_2, z_2, θ_2 в абсолютні вібрації $(y_{nl3}, z_{nl1}, z_{nl2})$ у місцях закріплення елементів $i = 3, 1, 2$ до платформи відповідно.

Підставивши (2.19) у (2.18) одержимо динамічну модель тривимірного об'єкта випробувань в узагальнених координатах y_1, z_1, θ_1 при поступальному кінематичному віброзбудженні $y_{nl3}, z_{nl1}, z_{nl2}$ з боку корпусу виробу або платформи багатокоординатного поступального вібростенда:

$$Q_1 = W_1^{-1} \cdot W_2 \cdot W_{3n}^{-1} \cdot Q_{2n} = \frac{Adj W_1}{|W_1|} \cdot W_2 \cdot \frac{Adj W_{3n}}{|W_{3n}|} \cdot Q_{2n}. \quad (2.20)$$

Динамічна модель (2.20) застосовується в задачах аналізу вібраційного стану ОПС як в умовах експлуатації, так і під час стендових випробувань; у задачах, присвячених дослідженням дії, зокрема взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії, параметрів абсолютної вібрації платформи просторового поступального вібростенда (корпусу виробу) на вібраційні амплітудно-частотні характеристики ОПС у напрямку узагальнених координат.

Залежність між коливаннями об'єкта в напрямку узагальнених координат і абсолютних вібрацій його контрольної точки буде

$$Q_{2k} = W_{3k} \cdot Q_1, \quad (2.21)$$

$$\text{де } W_{3k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_{01k}^{ob} \\ 0 & 1 & y_{01k}^{ob} \end{bmatrix} - \text{матриця перетворень коливань об'єкта від}$$

узагальнених координат y_1, z_1, θ_1 в абсолютні (y_k, z_k) контрольної точки з координатами $y_{01k}^{ob}, z_{01k}^{ob}$ у системі координат O_1x_1, y_1, z_1 .

Підставимо (2.21) у (2.20):

$$Q_{1k} = W_{3k} \cdot Q_1 = W_{3k} \cdot W_1^{-1} \cdot W_2 \cdot W_{3n}^{-1} \cdot Q_{2n} = W_{3k} \cdot \frac{Adj W_1}{|W_1|} \cdot W_2 \cdot \frac{Adj W_{3n}}{|W_{3n}|} \cdot Q_{2n}. \quad (2.22)$$

Структурна схема динамічної моделі об'єкта наведена на рисунку 2.5, де

$$Q_{1k} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{bmatrix} Q_{2n}, \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} d_{11} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[W_{11} \cdot (y_{022}^{nl} - y_{021}^{nl}) - W_{31} \cdot z_{01k}^{ob} (y_{022}^{nl} - y_{021}^{nl}) \right], \\ d_{12} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[-W_{11} z_{023}^{nl} + W_{12} y_{022}^{nl} - W_{13} - z_{01k}^{ob} (-W_{31} z_{023}^{nl} + W_{32} y_{022}^{nl} - W_{33}) \right], \\ d_{13} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[W_{11} z_{023}^{nl} - W_{12} y_{021}^{nl} + W_{13} - z_{01k}^{ob} (W_{31} z_{023}^{nl} - W_{32} y_{021}^{nl} + W_{33}) \right], \\ d_{21} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[W_{21} \cdot (y_{022}^{nl} - y_{021}^{nl}) + W_{31} \cdot y_{01k}^{ob} (y_{022}^{nl} - y_{021}^{nl}) \right], \\ d_{22} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[-W_{21} z_{023}^{nl} + W_{22} y_{022}^{nl} - W_{23} + y_{01k}^{ob} (-W_{31} z_{023}^{nl} + W_{32} y_{022}^{nl} - W_{33}) \right]; \\ d_{23} &= \frac{1}{|W_{3n}|} \left[W_{21} z_{023}^{nl} - W_{22} y_{021}^{nl} + W_{23} + y_{01k}^{ob} (W_{31} z_{023}^{nl} - W_{32} y_{021}^{nl} + W_{33}) \right], \\ |W_{3n}| &= (y_{022}^{nl} - y_{021}^{nl}). \end{aligned}$$

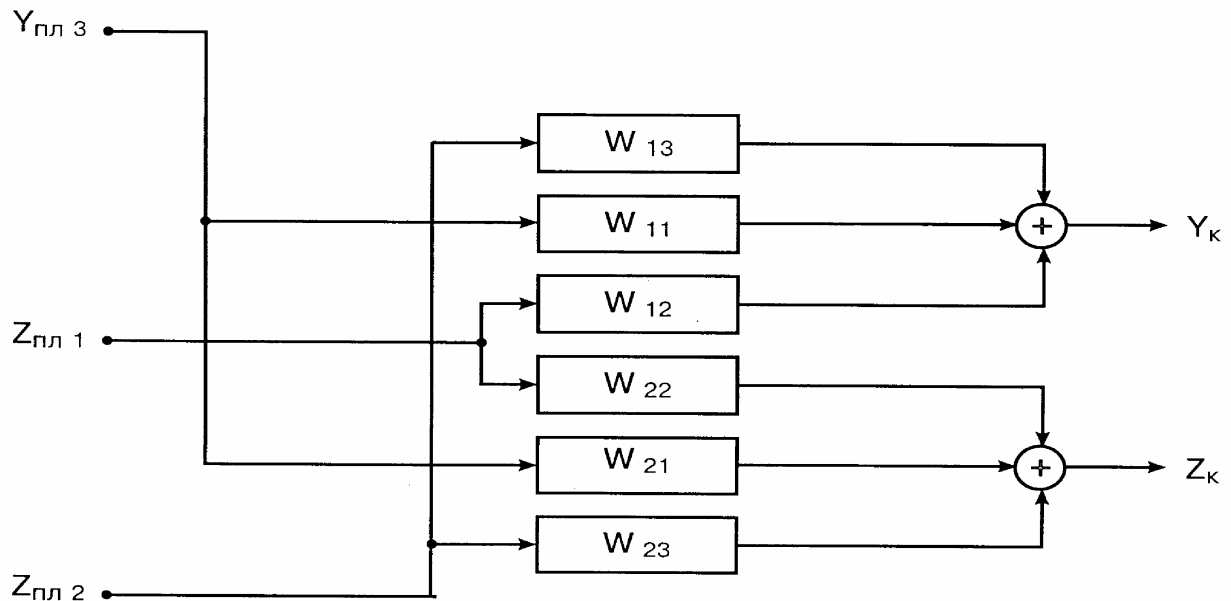


Рисунок 2.5 – Структура динамічної моделі ОПС

Динамічні моделі (2.22), (2.23) зв'язують абсолютні вібрації об'єкта в контрольній точці «К» з абсолютними вібраціями платформи поступального вібростенда (корпусу виробу) у місцях закріплення об'єкта. Вона застосовується в задачах вібраційного контролю і вібровипробувань на

надійність складних електрогідромеханічних агрегатів, вузлів, механічні схеми яких можна промодельовувати сукупністю просторово орієнтованих інерційних, пружних і дисипативних елементів.

2.4 Модель ОПС у координатах «вектор – фаза» контрольної точки об'єкта випробувань

Залежно від фазових співвідношень сигналів $y_k(t)$ і $z_k(t)$ у динамічній моделі (2.22) відбувається зміна траєкторії руху контрольної точки, а також величини модуля $\rho = (y_k^2 + z_k^2)^{1/2}$ вектора $\bar{\rho} = y_k \cdot \bar{j} + z_k \cdot \bar{k}$, де $y_k = \rho \cdot \cos \beta$, $z_k = \rho \cdot \sin \beta$, $\beta = \arctg(z / y)$.

У задачах випробувань ОПС на вібронадійність, а також аналізу вібраційної активності об'єкта в експлуатації небезпечним, з погляду відмовлення по вібростійкості і віброміцності, є режим навантаження, за якого $\rho = \max$. У наслідок чого виникає задача перетворення моделей (2.18), (2.22) до виду, коли вихідними перемінними об'єкта випробувань є координати (ρ, β) .

Тоді для частоти ω одночасних коливань об'єкта в напрямку осей $O_{об}y_{об}$, $O_{об}z_{об}$ за законами $y_k = a \cdot \cos(\omega t \pm \varphi)$, $z_k = b \cdot \cos \omega t$ одержимо [1, 4, 6]:

$$\begin{aligned} \cos \omega t &= z_k / b, \quad y_k = a \cdot (\cos \omega t \cdot \cos \varphi \mp \sin \omega t \cdot \sin \varphi) = \\ &= a \cdot ((z_k / b) \cos \varphi \mp \sin \omega t \cdot \sin \varphi); \\ \sin \omega t &= \pm (y_k / a - z_k \cos \varphi / b) / \sin \varphi; \\ z^2 / b^2 + (y_k / a - z_k \cos \varphi / b)^2 / \sin^2 \varphi &= 1; \\ \frac{z_k^2}{b^2} + \frac{y_k^2}{a^2} - 2 \frac{y_k z_k}{ab} \cos \varphi &= \sin^2 \varphi. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Рівняння (2.24) є рівнянням траєкторії контрольної точки «К» у площині $y_{об}O_{об}z_{об}$, що не залежить від частоти ω .

Для задач вібровипробувань інформативними параметрами, що визначають особливості руху точки за траєкторією (2.24), є координати ρ і β (наприклад, сукупності $(\rho_{\max}, \beta_{\max})$; $(\rho_{\min}, \beta_{\min})$, тобто максимальні (мінімальні) відхилення контрольної точки від свого не збудженого стану, а також значення кутової координати β вектора $\bar{\rho}$ при цьому) вектора $\bar{\rho}(t) = y_k(t) \cdot \bar{j} + z_k(t) \cdot \bar{k}$:

$$\begin{aligned} \rho &= (y_k^2 + z_k^2)^{1/2} = (a^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + b^2 \cos^2 \omega t)^{1/2} = \\ &= (a^2 (\cos \omega t \cdot \cos \varphi - \sin \omega t \cdot \sin \varphi)^2 + b^2 \cos^2 \omega t)^{1/2} = \\ &= (a^2 \cos^2 \omega t \cdot \cos^2 \varphi - 2a^2 \cos \omega t \sin \omega t \cos \varphi \sin \varphi + \\ &\quad + a^2 \sin^2 \omega t \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \omega t)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Із рівняння (2.25) випливає залежність як лінійної ρ , так і кутової β координати руху точки «К» від часу t , зрушення фаз φ і частоти ω випробувань. Наприклад, за $\varphi = \pi/2$ і $a = b$ маємо $\rho = a = \cos \omega t$, $\beta = -\omega t$, за яких точка робить циклічний (із періодом $T = 2\pi/\omega$) рівномірний рух по замкнутій круговій траєкторії, віддаляючись від свого не збудженого стану на відстань $\rho = a$ незалежно від значення кутової координати β , випробуючи вплив відцентрової сили, що дорівнює за величиною значенню $m_k \omega^2 \rho$ (m_k – приведена маса точки «К»).

Проведемо у зв'язку з цим дослідження функції (2.25) на екстремум за $\beta = \text{var}$, $\varphi \neq 0$. Скориставшись (2.24) за

$$y_k = \rho \cdot \cos \beta \text{ и } z_k = \rho \cdot \sin \beta, \text{ одержимо}$$

$$\rho^2(\beta) = \frac{\sin^2 \varphi}{\frac{\sin^2 \beta}{b^2} + \frac{\cos^2 \beta}{a^2} - 2 \frac{\sin \beta \cos \beta}{ab} \cos \varphi}. \quad (2.26)$$

Представимо (2.26) у вигляді

$$K(\beta) = \frac{1}{\rho^2(\beta)} = \sin^{-2} \varphi \cdot \left(\frac{\sin^2 \beta}{b^2} + \frac{\cos^2 \beta}{a^2} - \frac{\sin 2\beta}{ab} \cos \varphi \right), \quad (2.27)$$

де $K(\beta)$ – функція кривизни траєкторії точки, а екстремальні властивості $\rho^2(\beta)$ і $K(\beta)$ є сполученими.

Із (2.27) маємо

$$K'(\beta) = \sin^{-2} \varphi \cdot \left(\frac{2 \sin \beta \cos \beta}{b^2} - \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{a^2} - \frac{2 \cos 2\beta}{ab} \cos \varphi \right), \quad (2.28)$$

$$K''(\beta) = 2 \sin^{-2} \varphi \cdot \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} \cdot \cos 2\beta + \frac{2 \sin 2\beta}{ab} \cos \varphi \right). \quad (2.29)$$

Дорівнявши (2.28) за $\varphi \neq 0$ до нуля, одержимо екстремальне значення

$$\text{tg } 2\beta_e = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cdot \cos \varphi,$$

$$\beta_e = \frac{1}{2} \text{arctg} \left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} \cdot \cos \varphi \right) \pm \frac{\pi}{2} \cdot n, \quad (2.30)$$

Із виразів (2.29) і (2.30) випливає також залежність екстремальних властивостей $\rho(\beta_e)$ від значень φ , а також співвідношень амплітуд a і b сигналів $y_k(t)$ і $z_k(t)$. Крім цього, $\rho(\beta_e) = \max$ за

$$\left((a^2 - b^2) / a^2 b^2 \right) \cos 2\beta + (2 \sin 2\beta \cos \varphi) / ab > 0 \text{ і навпаки.}$$

Наприклад, для $\varphi = \pi/2$ одержимо:

1) для $a = b$ буде $K''(\beta) = 0$, $\rho_{\max} = \rho_{\min} = \rho = \text{const}$ незалежно від величини кутової координати $\beta(t)$;

2) для $a > b$, $n = 0$ одержимо $K''(\beta) > 0$, $\beta_e = 0$ рад, $\rho(\beta_e) = a = \max$;

3) для $n=1$, $\beta_e = \pi/2$ одержимо $\rho(\beta_e) = b = \min$.

Відповідно до вищевикладеного динамічна модель ОПС у координатах (ρ, β) на частоті випробувань ω у контрольній точці «К» конструктивного елемента об'єкта буде мати такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \rho(\omega) &= \left(\left(|y(j\omega)| \cdot \cos \varphi(\omega) + |z(j\omega)| \right) \cdot \cos \omega t - \right. \\ &\quad \left. - \frac{|y(j\omega)|}{2} \cdot \sin 2\omega t \cdot \sin 2\varphi(\omega) + |y(j\omega)| \sin \varphi(\omega) \sin \omega t \right), \\ \beta(\omega) &= \arctg \left(\left(\frac{|y(j\omega)|}{|z(j\omega)|} \right) \cdot \left(\cos \varphi(\omega) - \sin \varphi(\omega) \cdot \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

де $\varphi(\omega) = |\arg(y_k(j\omega)) - \arg(z_k(j\omega))|$;

$$\begin{bmatrix} y_k(j\omega) \\ z_k(j\omega) \end{bmatrix} = W_{3k} \cdot \frac{Adj W_1(j\omega)}{|W_1(j\omega)|} \cdot W_2(j\omega) \cdot \frac{Adj W_{3n}}{|W_{3n}|} \cdot Q_{2n}.$$

Структурна схема моделі об'єкта наведена на рисунку 2.6.

Тут вхідні координати y_k, z_k моделі є вихідними сигналами динамічної моделі об'єкта, наведеної на рисунку 2.6.

Водночас математична модель ОПС щодо екстремальних значень $(\rho_{\min}^{\max}, \beta_{\min}^{\max})$ буде:

$$\left. \begin{aligned} \rho(\beta_e) &= \sin^2 \varphi(\omega) \left(\sin^2 \beta_e |z_k(j\omega)|^2 + \cos^2 \beta_e |y_k(j\omega)|^2 - \right. \\ &\quad \left. \sin 2\beta_e \cdot \cos \varphi(\omega) |y_k(j\omega)| \cdot |z_k(j\omega)| \right)^{1/2}, \\ \beta_e &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2|y_k(j\omega)| \cdot |z_k(j\omega)|}{|y_k(j\omega)|^2 - |z_k(j\omega)|^2} \right) \cdot \cos \varphi(\omega) + \frac{\pi}{2} \cdot n, \\ \text{sign}(K''(\beta_e)) &= \text{sign} \left(\left(|y_k(j\omega)|^2 - |z_k(j\omega)|^2 \right) |y_k(j\omega)|^2 \cdot |z_k(j\omega)|^2 \right) \\ &\quad \times \cos 2\beta_e + (2 \sin^2 \beta_e \cdot \cos \varphi(\omega)) |y_k(j\omega)| \cdot |z_k(j\omega)|, \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

де за $\text{sign}(K''(\beta_e)) > 0$ маємо $\beta_e = \beta_{\max}$, $\rho(\beta_e) = \beta_{\max}$; за $\text{sign}(K''(\beta_e)) < 0$ буде $\beta_e = \beta_{\min}$, $\rho(\beta_e) = \beta_{\min}$.

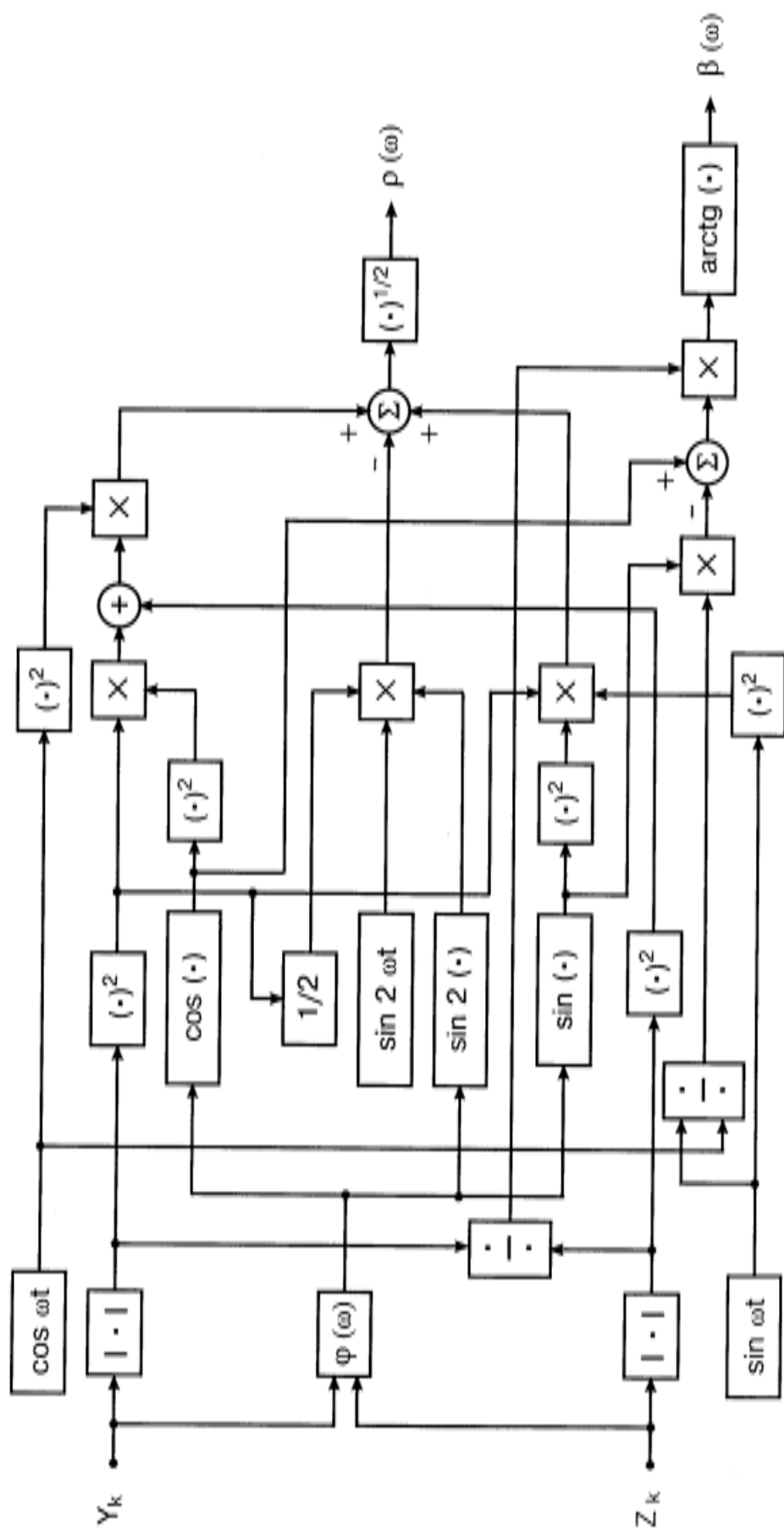


Рисунок 2.6 – Структурна схема ОПС

Динамічні моделі (2.31) і (2.32) застосовуються в завданнях дослідження особливостей прояву синергетичного ефекту в задачах вібронадійності й вібраційних випробувань об'єктів просторової структури за багатокординатного поступально-кутового кінематичного збудження з боку корпусу виробу або платформи просторового вібростенда.

РОЗДІЛ 3

ДОСЛІДЖЕННЯ Й АНАЛІЗ ПРОСТОРОВИХ КОЛИВАНЬ ОПС В УМОВАХ БАГАТОКООРДИНАТНОГО ВІБРОНАВАНТАЖЕННЯ

Більшість апаратів і агрегатів, приладів машин, конструкцій, промислових будинків і споруджень, що створюються і випускаються енергетичними, машинобудівними, транспортними, авіаційними, космічними, радіотехнічними, електронними, приладобудівними, суднобудівними, електротехнічними галузями промисловості становлять множину встановлених на несучій конструкції (корпусі агрегатів) вузлів, блоків і належать до класу об'єктів просторової структури, механічна схема котрих (рис. 3.1) є просторовою системою інерційних, пружних і дисипативних елементів.

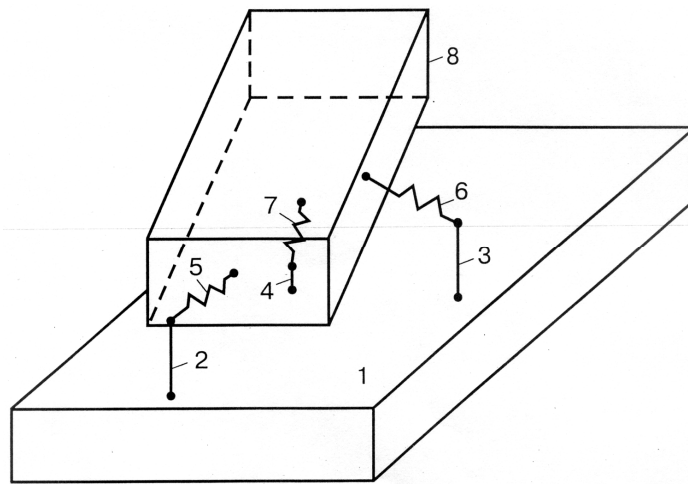


Рисунок 3.1 – Механічна схема ОПС:

1 – корпус виробу; 2-4 – штанги, що моделюють пристосування для кріплення об'єкта до корпусу; 5-7 – пружні елементи, що моделюють деформаційні характеристики об'єкта в трьох взаємно-перпендикулярних напрямках; 8 – конструктивний елемент, що моделює інерційні характеристики об'єкта

До такої схеми приводяться вузли, блоки агрегатів виробів точної механіки, електромеханічних приладів і т.д. [25, 26, 67], які встановлені на корпусі через амортизатори і зазнають у процесі експлуатації негативного впливу діючої просторової багатокординатної вібрації.

3.1 Формалізація екстремальних властивостей просторових коливань ОПС на основі параметрів багатокординатної вібрації платформи стенда

Експлуатаційні просторові коливання об'єкта описуються матричним диференціальним рівнянням [7, 8, 10, 12, 13]

$$W_1^e \cdot \dot{Q}_{об}^e = W_2^e \cdot Q_{корп}^e, \quad (3.1)$$

де $\bar{Q}_{корп}^e = \{x_{корп}^e, y_{корп}^e, z_{корп}^e, \varphi_{корп}^e, \psi_{корп}^e, \theta_{корп}^e\}'$ – вектор експлуатаційних вібрацій корпусу; W_1^e, W_2^e – матриці передатних функцій розмірності $M \times M$ ($M = 6$).

Помноживши (3.1) зліва на W_1^{e-1} , отримаємо рівняння

$$Q_{об}^e = W_1^{e-1} \cdot W_2^e \cdot Q_{корп}^e = W_3^e \cdot Q_{корп}^e \quad (3.2)$$

коливань ОПС у напрямку узагальнених координат, що для контрольної точки K на об'єкті з координатами $(x_{кт}, y_{кт}, z_{кт})$ приводиться до виду [8, 12]

$$Q_{кт}^e = W_4^e \cdot Q_{об}^e = W_4^e \cdot W_3^e \cdot Q_{корп}^e, \quad (3.3)$$

де $\bar{Q}_{кт}^e = \{x_{кт}^e, y_{кт}^e, z_{кт}^e\}'$; $W_3^e = W_1^{e-1} \cdot W_2^e$;

$$W_4^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z_{кт} & -y_{кт} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_{кт} & -z_{кт} \\ 0 & 0 & 1 & -x_{кт} & 0 & y_{кт} \end{bmatrix} = [a_i, b_i];$$

a_i, b_i – координати контрольної точки в i -му рядку матриці W_4^e .

В реальних умовах експлуатації координатні складові вектора $\bar{Q}_{корп}^e$ є звичайно сигналами складної форми, що в діапазоні робочих частот $\Omega_p = [0 - \omega_p]$ вібрацій корпусу можуть бути подані рядом Фур'є з показником N_1 .

У такому випадку для k -й гармоніки ($k = (1, \dots, N_1)$) частотної області рівняння (3.2) і (3.3) отримають вид

$$Q_{об}^e = W_3^e(j\omega_k) \cdot Q_{корп}^e(j\omega_k), \quad (3.4)$$

$$Q_{кт}^e = W_4^e(j\omega_k) \cdot Q_{об}^e(j\omega_k), \quad (3.5)$$

де $x_{корп}^e(j\omega_k) = A_k \cdot e^{j\varphi_k} \cdot e^{j\omega_k t}$, $x_{об}^e(j\omega_k) = B_k \cdot e^{j\beta_k} \cdot e^{j\omega_k t}$.

На практиці рівняння (3.4), (3.5) є фундаментальними в задачах вібраційних випробувань об'єктів на стійкість функціонування, тому що аргументами функцій, що описують критерії відмов ОПС або критерії керування системою вібраційних випробувань, є параметри $A_k, B_k, \varphi_k, \beta_k$ координатних складових векторів $\bar{Q}_{корп}^e, \bar{Q}_{об}^e$ на частотах $\omega_k \in \Omega_p$. Отже актуальними є дослідження, присвячені вивченню особливостей впливу параметрів вектора $\bar{Q}_{корп}^e$ багатокоординатної вібрації корпусу виробу на параметри вібраційного стану (вектор $\bar{Q}_{об}^e$) об'єкта аналізованої просторової структури.

Дослідження побудуємо на основі рівнянь (3.4), (3.5) і наступної теореми.

Теорема 1. Нехай $M \geq 2$, $\varphi_{nk} \neq 0$ ($n = 1, \dots, M$),

$$\overline{Q}_{\text{корн}}^e = \{q_1, \dots, q_M\}' ; \quad q_n = \sum_{k=1}^{N_1} A_{nk} \cdot e^{j\varphi_{kn}} \cdot e^{j\omega_k t},$$

$$\overline{Q}_{\text{об}}^e = \{v_1, \dots, v_M\}' ; \quad v_n = \sum_{k=1}^{N_1} B_{nk} \cdot e^{j\beta_{kn}} \cdot e^{j\omega_k t},$$

$$W_{nn}(j\omega_k) = |W_{nn}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{nn}(\omega_k)},$$

$$W_3^e(j\omega_k) = [W_{nn}(j\omega_k)].$$

Тоді на кожній частоті ω_k діапазону Ω_p , для будь-якої i -ї вихідної координати v_{ik} існує значення параметра

$$\varphi_{ik} = \arctg \frac{\left(\sum_{N_2} \text{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right)}{\left(\sum_{N_2} \text{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right)} - \gamma_{ii}(\omega_k),$$

де $N_2 \in n$ без $n = i$, за якого амплітуда B_{ik} коливань ОПС у напрямку i -тої узагальненої координати приймає максимальне значення, що дорівнює

$$B_{ik}^* = A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| + \left| \sum_{N_2} \text{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) + j \left(\sum_{N_2} \text{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) \right|,$$

де $|\cdot|$ – модуль комплексного числа.

Розглянемо під час доведення теореми рівняння (3.4). Тут для кожної частоти ω_k виконується

$$v_i(j\omega_k) = W_{ii}(j\omega_k) \cdot q_i + \sum_{N_2} W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k). \quad (3.6)$$

Рівняння (3.6) представимо у вигляді

$$B_{ik} \cdot e^{j\beta_{kn}} \cdot e^{j\omega_k t} = |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{ii}(\omega_k)} \cdot A_{ik} \cdot e^{j\varphi_{kn}} \cdot e^{j\omega_k t} + \left| \sum_{N_2} \text{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) + j \left(\sum_{N_2} \text{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) \right| \times e^{j\lambda_{iN_2}(\omega_k)} \cdot e^{j\omega_k t}, \quad (3.7)$$

$$\text{де } \lambda_{iN_2}(\omega_k) = \arctg \frac{\left(\sum_{N_2} \text{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right)}{\left(\sum_{N_2} \text{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right)}.$$

Для комплексних амплітуд у рівнянні (3.7) справедливо

$$B_{ik} \cdot e^{j\beta_{ik}} = A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j(\gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik})} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left| \left(\sum_{N_2} \operatorname{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) + \right. \\
& \left. + j \left(\sum_{N_2} \operatorname{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) \right| \cdot e^{j\lambda_{iN_2}(\omega_k)}. \quad (3.8)
\end{aligned}$$

Права частина рівняння (3.8) становить суму двох комплексних чисел з амплітудами $A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)|$,

$$+ \left| \sum_{N_2} \operatorname{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) + j \left(\sum_{N_2} \operatorname{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) \right|$$

і зсувами фаз відповідно $(\gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik})$, $\lambda_{iN_2}(\omega_k)$.

У такому випадку амплітуда результуючого вектора прийме максимальне значення, що дорівнює сумі амплітуд, що складаються, тільки у разі виконання умови

$$\gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik} = \lambda_{iN_2}(\omega_k). \quad (3.9)$$

У рівнянні (3.9) регульованим параметром є зсув фаз φ_{ik} для координати q_i на частоті ω_k .

Із рівнянь (3.8), (3.9) випливає, що для $\varphi_{ik} = \lambda_{iN_2}(\omega_k) - \gamma_{ii}(\omega_k)$ амплітуда на частоті ω_k .

$$\begin{aligned}
B_{ik}^* &= A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| + \left| \sum_{N_2} \operatorname{Re}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) + \right. \\
& \left. + j \left(\sum_{N_2} \operatorname{Im}(W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) \right) \right| = \max. \quad (3.10)
\end{aligned}$$

Отже, теорема доведена.

Варто зазначити, що в рівняннях (3.8), (3.10) спостерігається залежність $|v_{ik}|$, B_{ik}^* від розмірів і знаків зсувів фаз φ_{N_2k} координат q_{N_2} ($N_2 = M - 1$), тому на практиці метод випробувань ОПС, побудований на базі теореми 1, відрізняючись простотою технічної реалізації (на частоті ω_k застосовується лише один канал регулювання фази), може не забезпечувати за

$$\begin{aligned}
& \arctg\left(\operatorname{Im}(W_{i_1N_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) / \operatorname{Re}(W_{i_1N_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k))\right) \neq \\
& \arctg\left(\operatorname{Im}(W_{i_2N_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k)) / \operatorname{Re}(W_{i_2N_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k))\right) \quad (i_1, i_2 \in N_2)
\end{aligned}$$

відтворення найбільш небезпечного режиму просторових коливань об'єкта.

Дослідження впливу параметрів φ_{N_2k} на величини модулів $|v_{ik}|$ побудуємо на основі рівнянь (3.4), (3.5) і наступної теореми.

Теорема 2. Нехай $M \geq 2$, $\varphi_{nk} \neq 0$ ($n = 1, \dots, M$),

$$\bar{Q}_{\text{кoрп}}^e = \{q_1, \dots, q_M\}' ; \quad q_n = \sum_{k=1}^{N_1} A_{nk} \cdot e^{j\varphi_{nk}} \cdot e^{j\omega_k t},$$

$$\bar{Q}_{\text{oб}}^e = \{v_1, \dots, v_M\}' ; \quad v_n = \sum_{k=1}^{N_1} B_{nk} \cdot e^{j\beta_{nk}} \cdot e^{j\omega_k t},$$

$$W_{nn}(j\omega_k) = |W_{nn}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{nn}(\omega_k)},$$

$$W_3^e(j\omega_k) = [W_{nn}(j\omega_k)], \quad N_2 = M - 1,$$

тоді на частоті ω_k діапазону Ω_p для будь-якої i -ї вихідної координати v_{ik} існує значення параметра $\varphi_{N_2k} = \gamma_{ii}(\omega_k) - \lambda_{iN_2}(\omega_k) + \varphi_{ik}$, за якого амплітуда B_{ik} коливань ОПС у напрямку i -ї узагальненої координати приймає максимальне значення, що дорівнює

$$B_{ik}^* = A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| + \sum_{N_2} A_{N_2k} \cdot |W_{iN_2}(j\omega_k)|.$$

Розглянемо під час доказу теореми рівняння (3.4), (3.6), останнє з яких подамо на відміну від рівняння (3.6) у вигляді

$$\begin{aligned} B_{ik} \cdot e^{j\beta_{ik}} \cdot e^{j\omega_k t} &= |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{ii}(\omega_k)} \cdot A_{ik} \cdot e^{j\varphi_{ik}} \cdot e^{j\omega_k t} + \\ &+ \sum_{N_2} |W_{iN_2}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{N_2}(\omega_k)} \cdot A_{N_2k} \cdot e^{j\varphi_{N_2k}} \cdot e^{j\omega_k t}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

У рівнянні (3.11) для комплексних амплітуд отримаємо

$$\begin{aligned} B_{ik} \cdot e^{j\beta_{ik}} &= A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j(\gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik})} + \\ &+ \sum_{N_2} A_{N_2k} \cdot |W_{iN_2}(j\omega_k)| \cdot e^{j(\gamma_{iN_2}(\omega_k) + \varphi_{N_2k})}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Нехай у рівнянні (3.12) для кожного N_2 на частоті ω_k виконується, впливом на величину φ_{N_2k} сигналу q_{N_2} , умова

$$\gamma_{iN_2}(\omega_k) + \varphi_{N_2k} = \gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik}. \quad (3.13)$$

Тоді, з огляду на (3.12), (3.13), одержимо на частоті ω_k умову

$$B_{ik}^* = A_{ik} \cdot |W_{ii}(j\omega_k)| + \sum_{N_2} A_{N_2k} \cdot |W_{iN_2}(j\omega_k)| = \max. \quad (3.14)$$

Отже, теорема доведена.

Отримані результати мають прикладне значення, наприклад, в області задач стендових вібраційних випробувань ОПС, коли в лабораторних умовах необхідно відтворити режим просторових коливань об'єкта, найбільш небезпечний із погляду відмови за вібростійкістю, у зв'язку з тим, що в умовах експлуатації можливість виникнення на частоті ω_k будь-якого зі значень φ_k у діапазоні $[0 - 2\pi]$ рад є рівновірогідною [35], а до найбільш небезпечного режиму належать просторові вібрації об'єкта з найбільшими амплітудами по кожній вихідній компоненті q_{ik} .

Експериментальні підтвердження цього факту наведені в роботі [22] на прикладі тривимірного об'єкта стендових випробувань, конструктивна схема якого зображена на рисунку 3.2.

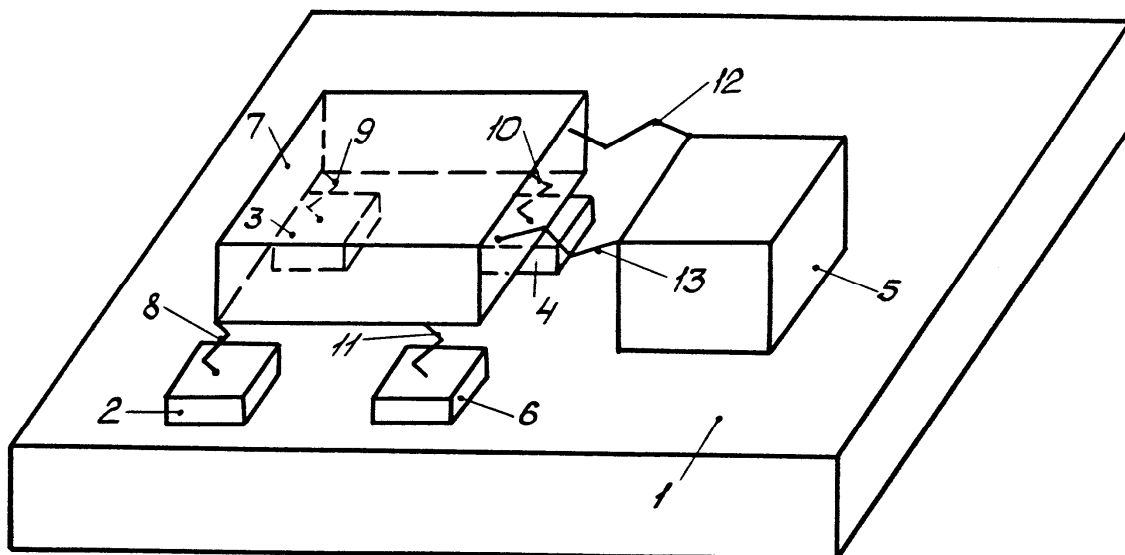


Рисунок 3.2 – Конструктивна схема ОПС:

1 – платформа двокоординатного вібростенда; 2-6 – корпусні деталі пристосування; 7 – конструктивний елемент, що моделює інерційні властивості об'єкта; 8-13 – пружні елементи підвіски об'єкта

Для цієї схеми джерелом зовнішніх вібрацій у рівнянні (3.1) є коливання платформи двокоординатного поступального вібростенда $\bar{Q}_{nl}^c = \{x_{nl}, y_{nl}\}'$ на резонансній частоті $\omega_{\theta_{рез}} = 170$ рад/с.

Характер впливу параметрів φ_{θ} вектора \bar{Q}_{nl}^c на амплітуду A_{θ} вектора $\bar{Q}_{об}^c$ наведено на рисунку 3.3.

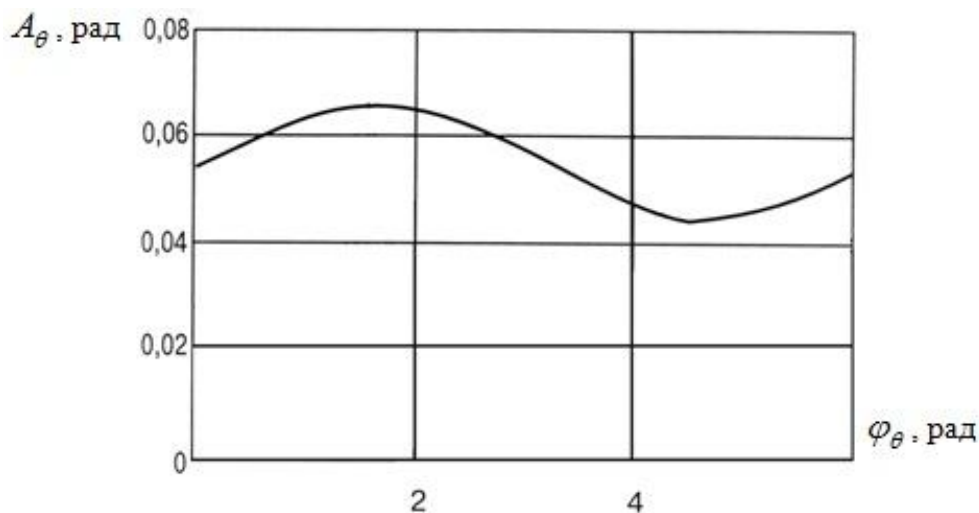


Рисунок 3.3 – Амплітудно-фазова характеристика об'єкта випробувань

Він має чітко простежуваний резонансний характер. Спостерігаються мінімальні значення амплітуд на рівні 0,0439 рад, а також максимальні на рівні 0,0651 рад за $\varphi_{\theta} = 1,57$ рад. Рівновірогідність можливих значень зсувів фаз у діапазоні $[0 - 2\pi]$ рад у (3.10) може призвести, як видно з рисунку 3.3, до збільшення (зниження) очікуваних рівнів вібраційної активності ОПС при його

стендових випробуваннях на частоті $\omega_{\theta_{pez}}$, що, зі свого боку, обумовить невизначеність, а, отже, і недостовірність висновків про фізику вібраційних відмов, реальних рівнях вібраційної активності об'єктів в умовах експлуатації.

3.2 Дослідження впливу геометричних координат на параметри абсолютної вібрації тривимірного об'єкта випробувань

Розглянемо далі особливості впливу на вібраційний стан ОПС координат $x_{об}, y_{об}, z_{об}$ контрольної точки датчика у точці К шляхом доведення наступної теореми.

Теорема. Нехай $M \geq 2$, $\overline{Q}_{об}^e = \{v_1, \dots, v_M\}'$; $v_n = \sum_{k=1}^{N_1} B_{nk} \cdot e^{j\beta_{nk}} \cdot e^{j\omega_{nk}t}$,

$$\overline{Q}_{км}^e = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}', \mu_i = \sum_{k=1}^{N_1} C_{ik} \cdot e^{j\alpha_{ik}} \cdot e^{j\omega_{ik}t},$$

$$W_4^e \neq 0, a_i = [a_{i_1} - a_{i_2}], b_i = [b_{i_1} - b_{i_2}],$$

тоді на кожній частоті ω_k діапазону Ω_p для будь-якої i -ї вихідної координати μ_{ik} функція $f(\omega_k, a_i, b_i) = |\mu_{ik}|$ є за $|\beta_{mk}| \neq |\beta_{nk}|$ увігнутою, незалежно від значень a_i, b_i , із екстремумом у точці

$$\begin{aligned} a_i^* &= \left((\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \cdot (\operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{ik})) / (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \right)^2, \\ b_i^* &= \left((\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \cdot (\operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) / (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \right)^2. \end{aligned}$$

Під час доведення теореми розглянемо рівняння (3.5), яке для частоти ω_k приведемо до виду

$$\mu_{ik}(j\omega_k) = v_{ik}(j\omega_k) + a_i \cdot v_{mk}(j\omega_k) + b_i \cdot v_{nk}(j\omega_k), \quad (3.14)$$

а також врахуємо, що для $|\beta_{mk}| \neq |\beta_{nk}|$ виконується співвідношення

$$(\operatorname{Re}(v_{mk}) / \operatorname{Re}(v_{nk})) \neq (\operatorname{Im}(v_{mk}) / \operatorname{Im}(v_{nk})).$$

Для комплексних амплітуд у рівнянні (3.1)

$$\begin{aligned} |\mu_{ik}| &= \left((\operatorname{Re}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Re}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Re}(v_{nk}))^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\operatorname{Im}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}))^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Дослідження властивостей екстремальності функції $f(\omega_k, a_i, b_i)$ проведемо на підставі наступного твердження.

Твердження. Якщо в діапазонах $a_i = [a_{i_1} - a_{i_2}]$, $b_i = [b_{i_1} - b_{i_2}]$ для $f(\cdot)$ на частоті ω_k виконується умова $f(\cdot) > 0$, то кількість і якість особливих точок функцій $f(\cdot)$ і $f^2(\cdot)$ під час їхнього дослідження на екстремум виявляються однаковими.

Для доведення твердження розглянемо прирівняну до нуля похідну функції $f^2(\cdot)$ за аргументами a_i і b_i :

$$\begin{aligned} (f^2(\cdot))'_{a_i} &= 2f(\cdot) \cdot (f(\cdot))'_{a_i} = 0; \\ (f^2(\cdot))'_{b_i} &= 2f(\cdot) \cdot (f(\cdot))'_{b_i} = 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Оскільки в аналізованих діапазонах зміни геометричних координат a_i , b_i за умовою твердження виконується $f(\cdot) \neq 0$, то із системи рівнянь (3.15) одержимо ідентичність нулів функцій $(f^2(\cdot))'_{a_i, b_i}$ і $(f(\cdot))'_{a_i, b_i}$.

Покажемо далі, що в стаціонарних точках функцій $f^2(\cdot)$ і $f(\cdot)$ нерівності критерію Сильвестра [12], що визначають тип екстремуму, також збігаються.

Для цього запишемо співвідношення екстремальності [12, 67] для функції $f^2(\cdot)$ з урахуванням рівнянь (3.15):

$$a_{11,22} = (f^2)''_{a,b} = 2 \cdot f'_{a,b} \cdot f'_{a,b} + 2 \cdot f \cdot f''_{a,b} = 2 \cdot f \cdot f''_{a,b},$$

звідки отримаємо, що:

$$\text{sign}(f^2)''_{a,b} = \text{sign} f''_{a,b}; \quad (3.16)$$

$$a_{12} = (f^2)''_{a,b} = 2 \cdot f'_a \cdot f'_b + 2 \cdot f \cdot f''_{a,b} = 2 \cdot f \cdot f''_{a,b};$$

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2 &= 2 \cdot f \cdot f''_a + 2 \cdot f \cdot f''_b - 2 \cdot f \cdot f'_{a,b} \cdot 2 \cdot f \cdot f'_{a,b} = \\ &= 4 \cdot f^2 \cdot (f''_a \cdot f''_b - (f''_{a,b})^2), \end{aligned}$$

остаточно буде:

$$\text{sign}\left(4 \cdot f^2 \cdot (f''_a \cdot f''_b - (f''_{a,b})^2)\right) = \text{sign}(f''_a \cdot f''_b - (f''_{a,b})^2). \quad (3.17)$$

Праві частини рівнянь (3.16), (3.17) відповідають функції $f(\cdot)$. Отже, із рівнянь (3.15) і тотожностей (3.16), (3.17) одержимо ідентичність нулів функцій $(f^2(\cdot))'_{a,b}$ і $(f(\cdot))'_{a,b}$, а, отже, і стаціонарних точок функцій $f^2(\cdot)$ і $f(\cdot)$. Отже, твердження доведено.

Результати дослідження функції $f(\omega_k, a_i, b_i) = |\mu_{ik}|$ на екстремум за теоремою Сильвестра доводять, що оскільки

$$\frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} = \text{Re}^2(v_{mk}) + \text{Im}^2(v_{mk}) > 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial b_i^2} = \text{Re}^2(v_{nk}) + \text{Im}^2(v_{nk}) > 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial b_i^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_i \cdot \partial b_i} \right)^2 &= (\text{Re}^2(v_{mk}) + \text{Im}^2(v_{mk})) \cdot (\text{Re}^2(v_{nk}) + \text{Im}^2(v_{nk})) - \\ &- (\text{Re}(v_{mk}) \cdot \text{Re}(v_{nk}) + \text{Im}(v_{mk}) \cdot \text{Im}(v_{nk}))^2 = \\ &+ (\text{Re}(v_{mk}) \cdot \text{Im}(v_{nk}) - \text{Re}(v_{nk}) \cdot \text{Im}(v_{mk}))^2 > 0, \end{aligned}$$

то при $|\beta_{mk}| \neq |\beta_{nk}|$ незалежно від поточних $a_i = [a_{i_1} - a_{i_2}]$, $b_i = [b_{i_1} - b_{i_2}]$ функція

$f(\omega_k, a_i, b_i) = |\mu_{ik}|$ є увігнутою.

Координати точок екстремуму функції $f(\cdot)$ визначимо із системи рівнянь

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial a_i} &= \operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot (\operatorname{Re}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Re}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Re}(v_{nk})) + \\ &+ \operatorname{Im}(v_{mk}) \cdot (\operatorname{Im}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Im}(v_{nk})) = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial b_i} &= \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot (\operatorname{Re}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Re}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Re}(v_{nk})) + \\ &+ \operatorname{Im}(v_{nk}) \cdot (\operatorname{Im}(v_{ik}) + a_i \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}) + b_i \cdot \operatorname{Im}(v_{nk})) = 0.\end{aligned}$$

За правилом Крамера [67]

$$a_i^* = \Delta_1 / \Delta, \quad b_i^* = \Delta_2 / \Delta, \quad (3.18)$$

де

$$\begin{aligned}\Delta &= (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}))^2; \\ \Delta_1 &= (-\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) + \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \times \\ &\times (\operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{ik})); \\ \Delta_2 &= (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \times \\ &\times (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{ik}) - \operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})).\end{aligned}$$

Отже, теорема доведена.

Остаточню одержуємо:

$$\begin{aligned}a_i^* &= \frac{(\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk})) \times \\ &\times (\operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{ik}))}{(\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}))^2}, \\ b_i^* &= \frac{(\operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}) - \operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk})) \times \\ &\times (\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{ik}) - \operatorname{Re}(v_{ik}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}))}{(\operatorname{Re}(v_{mk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}) - \operatorname{Re}(v_{nk}) \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}))^2}, \\ |\mu_{ik}|_{\min} &= \left((\operatorname{Re}(v_{ik}) + a_i^* \cdot \operatorname{Re}(v_{mk}) + b_i^* \cdot \operatorname{Re}(v_{nk}))^2 + \right. \\ &\left. + (\operatorname{Im}(v_{ik}) + a_i^* \cdot \operatorname{Im}(v_{mk}) + b_i^* \cdot \operatorname{Im}(v_{nk}))^2 \right)^{1/2}.\end{aligned}$$

Якщо в рівнянні (3.14) позначимо

$$v_{i_1 k} = B_{i_1 k} \cdot e^{j\beta_{i_1 k}} \cdot e^{j\varphi_k t} = B_{i_1 k} \cdot (\cos \beta_{i_1 k} + j \sin \beta_{i_1 k}) \cdot e^{j\varphi_k t} \quad (i_1 = i, m, k),$$

тоді для $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, a_i^*, b_i^*$ і $|\mu_{ik}|_{\min}$ будемо мати такі вирази:

$$\begin{aligned}\Delta &= (B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{mk} \cdot \sin \beta_{nk} - B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{nk} \cdot \sin \beta_{mk})^2 = \\ &= B_{mk}^2 \cdot B_{nk}^2 \cdot \sin^2(\beta_{nk} - \beta_{mk}); \\ \Delta_1 &= (B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{nk} \cdot \sin \beta_{mk} - B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{mk} \cdot \sin \beta_{nk}) \times \\ &\times (B_{ik} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{ik} \cdot \sin \beta_{nk} - B_{ik} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{nk} \cdot \sin \beta_{ik}) = \\ &= B_{mk} \cdot B_{nk}^2 \cdot B_{ik} \cdot \sin(\beta_{mk} - \beta_{nk}) \cdot \sin(\beta_{nk} - \beta_{ik});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= (B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{nk} \cdot \sin \beta_{mk} - B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{mk} \cdot \sin \beta_{nk}) \times \\ &\times (B_{mk} \cdot B_{ik} \cdot \cos \beta_{mk} \cdot \sin \beta_{ik} - B_{mk} \cdot B_{ik} \cdot \cos \beta_{ik} \cdot \sin \beta_{mk}) = \\ &= B_{mk}^2 \cdot B_{nk} \cdot B_{ik} \cdot \sin(\beta_{mk} - \beta_{nk}) \cdot \sin(\beta_{ik} - \beta_{mk}); \\ a_i^* &= \frac{B_{ik} \cdot \sin(\beta_{nk} - \beta_{ik})}{B_{mk} \cdot \sin(\beta_{mk} - \beta_{nk})};\end{aligned}\quad (3.19)$$

$$b_i^* = \frac{B_{ik} \cdot \sin(\beta_{ik} - \beta_{mk})}{B_{nk} \cdot \sin(\beta_{mk} - \beta_{nk})}; \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}|\mu_{ik}|_{\min} &= \left((B_{ik}^2 \cdot \cos^2 \beta_{ik} + a_i^{*2} \cdot B_{mk}^2 \cdot \cos^2 \beta_{mk} + b_i^{*2} \cdot B_{nk}^2 \cdot \cos^2 \beta_{nk} + \right. \\ &+ 2 \cdot a_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{mk} \cdot \cos \beta_{ik} \cdot \cos \beta_{mk} + 2 \cdot b_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{ik} \cdot \cos \beta_{nk} + \\ &+ 2 \cdot a_i^* \cdot b_i^* \cdot B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos \beta_{mk} \cdot \cos \beta_{nk}) + (B_{ik}^2 \cdot \sin^2 \beta_{ik} + a_i^{*2} \cdot B_{mk}^2 \cdot \sin^2 \beta_{mk} + \\ &+ b_i^{*2} \cdot B_{nk}^2 \cdot \sin^2 \beta_{nk} + 2 \cdot a_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{mk} \cdot \sin \beta_{ik} \cdot \sin \beta_{mk} + \\ &+ 2 \cdot b_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{nk} \cdot \sin \beta_{ik} \cdot \sin \beta_{nk}) \Big)^{1/2} = (B_{ik}^2 + a_i^{*2} \cdot B_{mk}^2 + b_i^{*2} \cdot B_{nk}^2 + \\ &+ 2 \cdot a_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{mk} \cdot \cos(\beta_{ik} - \beta_{mk}) + 2 \cdot b_i^* \cdot B_{ik} \cdot B_{nk} \cdot \cos(\beta_{ik} - \beta_{mk}) + \\ &+ 2 \cdot a_i^* \cdot b_i^* \cdot B_{mk} \cdot B_{nk} \cdot \cos(\beta_{mk} - \beta_{nk}))^{1/2}.\end{aligned}\quad (3.21)$$

Для експериментального підтвердження теореми розглянемо тривимірний об'єкт стендових випробувань, який описаний у роботі [7]. Тут рівняння (3.14) для координати z має вигляд

$$z_{\kappa m}^c(j\omega_k) = z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k) + y_{\kappa m} \cdot \theta^c(j\omega_k). \quad (3.22)$$

Із (3.22) отримаємо

$$\begin{aligned}|z_{\kappa m}^c(j\omega_k)| &= \left(\left(\operatorname{Re}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) + y_{\kappa m} \cdot \operatorname{Re}(\theta^c(j\omega_k)) \right)^2 + \right. \\ &+ \left. \left(\operatorname{Im}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) + y_{\kappa m} \cdot \operatorname{Im}(\theta^c(j\omega_k)) \right)^2 \right)^{1/2};\end{aligned}\quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y_{\kappa m}} &= \operatorname{Re}(\theta^c(j\omega_k)) \cdot \left(\left(\operatorname{Re}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) + y_{\kappa m} \cdot \operatorname{Re}(\theta^c(j\omega_k)) \right) + \right. \\ &+ \left. \operatorname{Im}(\theta^c(j\omega_k)) \cdot \left(\operatorname{Im}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) + y_{\kappa m} \cdot \operatorname{Im}(\theta^c(j\omega_k)) \right) \right) = 0, \\ y_{\kappa m}^* &= - \frac{\operatorname{Re}(\theta^c(j\omega_k)) \cdot \operatorname{Re}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) + \operatorname{Im}(\theta^c(j\omega_k)) \cdot \operatorname{Im}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k))}{\operatorname{Re}^2(\theta^c(j\omega_k)) + \operatorname{Im}^2(\theta^c(j\omega_k))},\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y_{\kappa m}} = \operatorname{Re}^2(\theta^c(j\omega_k)) + \operatorname{Im}^2(\theta^c(j\omega_k)). \quad (3.25)$$

Оскільки за умовою задачі завжди $B_{nk} > 0$, то для (3.22) виконується $\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y_k} > 0$ незалежно від геометричної координати $y_{\kappa m}$. Нехай

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) &= 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad \operatorname{Im}(z_{o\bar{o}}^c(j\omega_k)) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\ \operatorname{Re}(\theta^c(j\omega_k)) &= 2 \cdot 10^{-1} \text{ рад}; \quad \operatorname{Im}(\theta^c(j\omega_k)) = 4 \cdot 10^{-1} \text{ рад},\end{aligned}$$

тоді одержимо з (3.20) і (3.21): $y_{km}^* = -2,33 \cdot 10^{-2}$ м і $|z_{km}^c(j\omega_k)| = 0,83 \cdot 10^{-2}$ м.

Графічна залежність $f(\omega_k, y_{km}) = |z_{km}^c(j\omega_k)| = 0$ за $y_{km} = [0,28 \cdot 10^{-2} - 3,7 \cdot 10^{-2}]$ м показана на рисунку 3.4.

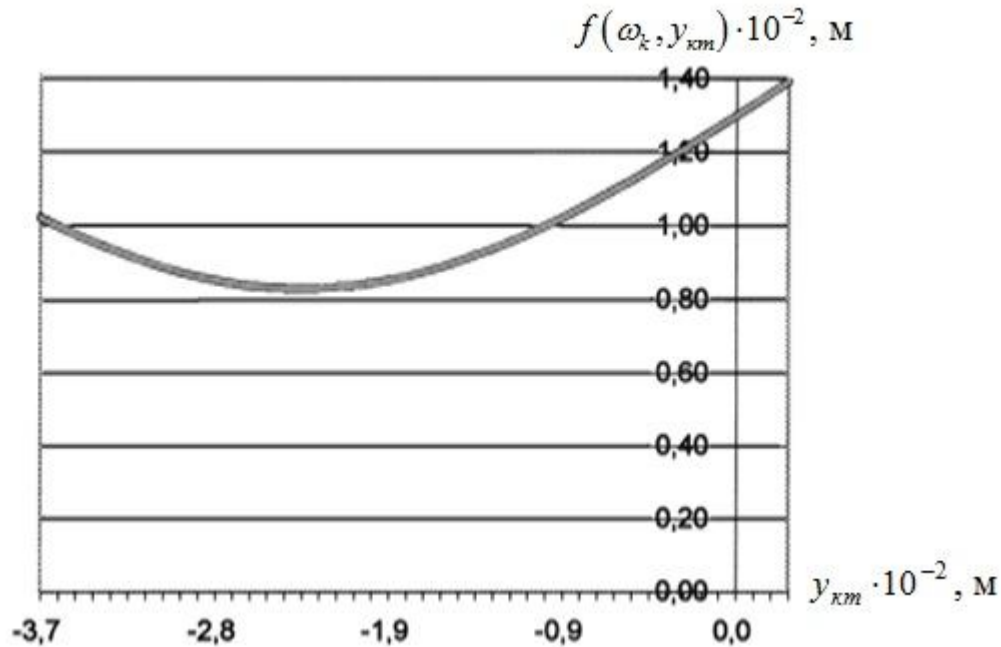


Рисунок 3.4 – Графік функції $f(\omega_k, y_{km})$

Аналіз показує, що дійсно функція $f(\cdot)$ є увігнутою з мінімальним значенням $|z_{km}^c(j\omega_k)| = 0,83 \cdot 10^{-2}$ м за $y_{km}^* = -2,33 \cdot 10^{-2}$ м.

Практичне значення проведених у цьому розділі роботи досліджень виявляється в задачах аналізу вібраційного стану об'єкта як в умовах експлуатації, так і під час стендових випробувань, а також при синтезі механічних і конструктивних схем експериментальних зразків вузлів, блоків і агрегатів, що призначені для експлуатації в умовах впливу просторової вібрації, із огляду на те, що існують координати контрольних точок датчиків на об'єкті, для яких вплив на абсолютні вібрації з боку кутових є найменшим (найбільшим), що описується увігнутою функцією з екстремумом у точці $a_i \neq 0$, $b_i \neq 0$ за $v_m \neq 0$. Крім того, рівняння (3.19) – (3.21) застосовують під час випробувань об'єктів на резонансних частотах, а також під час досліджень впливу зсувів фаз $\beta_{ik}, \beta_{mk}, \beta_{nk}$ вібраційних процесів v_{ik}, v_{mk}, v_{nk} на частоті ω_k на величини $|\mu_{ik}|_{\min}$.

Проведені в цьому розділі роботи дослідження дозволяють, таким чином, встановити й оцінити кількісно і якісно особливості впливу багатокоординатної вібрації корпусу виробу на параметри вібраційного стану ОПС. Отримані результати доцільно враховувати під час розв'язання задач вібраційного контролю і вібраційних випробуваннях на стійкість функціонування складних електромеханічних об'єктів.

РОЗДІЛ 4

ОСОБЛИВОСТІ ПРОЯВУ СИНЕРГЕТИЧНОГО ЕФЕКТУ В ЗАДАЧАХ ВИПРОБУВАНЬ ОПС НА ВІБРОНАДІЙНІСТЬ

У процесі експлуатації електрогідромеханічних агрегатів машинобудування, суднобудування, авіаційної, космічної і транспортної техніки, що належать до класу об'єктів просторової структури, їхні основні вузли функціонують у динамічних режимах, параметри яких (переміщення, швидкість, прискорення) визначаються характеристиками (законами зміни в часі і розмірністю) сил керування, реакцій в'язей та сил інерції. Вузли розміщуються на корпусі ЕГМА зовні, а також у його внутрішньому робочому об'ємі в місцях, визначених їхніми конструктивними параметрами, технологічними умовами виготовлення, збирання й особливостями їхньої взаємодії у процесі функціонування, що визначає розбіжність центрів мас робочих елементів із центром мас самого агрегату. Тому кінематичні параметри руху кожного зі згаданих робочих елементів у процесі експлуатації виявляються залежними додатково від амплітудно-фазочастотних характеристик переносних і коріолісових сил інерції, обумовлених складним рухом корпусу агрегату. У результаті програмовані рухи елементів агрегату виявляються перевернутими, що негативно впливає на їх динамічні характеристики і характеристики точності в цілому.

У цій роботі, з огляду на те, що в реальних умовах експлуатації вібрації корпусу виробу, на якому закріплений агрегат, мають складний характер, тобто змінюються в часі не тільки за величиною, а й за напрямком, розглядаються тривимірні вібрації корпусу агрегату і робочого елементу, встановленого на корпусі вузла, сукупність і взаємодія яких найбільш достовірним образом описують умови експлуатації вузлів і блоків ЕГМА з погляду реальних динамічних навантажень, а, отже, і реальних абсолютних, відносних вібропереміщень.

Зазначені залежності і взаємовпливи між параметрами вібраційних станів робочих елементів вузлів ЕГМА і його корпусу розглянуті з позиції синергетичного ефекту, тобто ефекту взаємопідсилювальної дії компонентів просторової вібрації корпусу або платформи просторового стенду. У цьому випадку досягається відтворення в умовах стендових випробувань найбільш небезпечного з погляду відмовлення об'єкта по вібронадійності режиму випробувань. Амплітуди коливань об'єкта в напрямку основної (активно збуджуваної) координати впливом на параметри просторових коливань платформи вібростенда в напрямку сполучених (також активно збуджуваних) координат стають водночас максимально можливими. У результаті виключаються занижені оцінки показників вібраційної активності об'єкта, які діагностуються під час стендових випробувань, а, отже, і непередбачені їхні відмови по вібронадійності в експлуатації. Одночасно підвищується вірогідність досліджень по фізиці вібраційних відмовлень, а також надійність ОПС в експлуатації. Механізм прояву ефекту взаємопідсилювальної дії

компонентів просторової вібрації, розглянутий у роботі, обумовлений зв'язаністю рівнянь просторових коливань корпусу ЕГМА.

Варто зазначити, що розглянутий у роботі [26] ефект перерозподілу енергії коливань між координатами, заснований на механізмі непрямого збудження коливань у напрямку сполучених, неосновних (активно не збуджуваних) координат, обумовлений також зв'язаністю (параметричною) рівнянь просторових коливань об'єкта. Однак фундаментальна задача випробувань на вібронадійність, що полягає у дослідженні залежності амплітуд змушених, зокрема резонансних, коливань об'єкта від параметрів багатокоординатного зовнішнього силового (кінематичного) збудження, що прикладається до об'єкта, разом із тим не розглядається.

На практиці [1, 3, 5, 9, 13] критерії відмов ОПС по вібронадійності формалізуються залежно від методів випробувань звичайно або через параметри абсолютної вібрації $\bar{Q}_k = \{x_a, y_a, z_a\}'$ контрольної точки корпусу ЕГМА, або за допомогою параметрів відносної вібрації $\bar{Q}_a = \{x, y, z\}'$ закріпленого на корпусі агрегату вузла (робочого елементу вузла).

4.1 Синергетичний ефект першого типу в абсолютних координатах

У задачах випробувань на вібронадійність ефект взаємопідсилювальної дії параметрів багатокоординатної вібрації $\bar{Q}_n = \{x_n, y_n, z_n, \varphi_n, \psi_n, \theta_n\}'$ платформи просторового вібростенда на параметри абсолютної вібрації \bar{Q}_k корпусу ЕГМА, опишемо, з огляду на [13, 14, 27], рівнянням

$$\bar{Q}_k = W_1 \cdot \bar{Q}_n (\alpha_{x,y,z,\varphi,\psi,\theta}),$$

де W_1 – матриця передатних функцій об'єкта випробувань; $\alpha_{x,y,z,\varphi,\psi,\theta}$ – зсуви фаз між вібраціями платформи стенда в напрямку відповідних координат на частоті випробувань.

Цю особливість просторових коливань ОПС в умовах його багатокоординатного вібронавантаження будемо визначати поняттям – синергетичний ефект першого типу. Дослідження взаємопідсилювальної дії просторової вібрації платформи стенда на параметри вібраційного стану ЕГМА в його контрольних точках проведемо на прикладі механічного об'єкта, конструктивна схема якого розглянута в роботі [7], а також у розділі 3 і наведена на рисунку 4.1. Він має такі параметри: $M = 16$ кг; $J_{xx} = 0,2$ кг·м²; $c_{iy} = 12,5 \cdot 10^4$ кг/с²; $b_{iy} = 2 \cdot 10^2$ кг/с; $c_{iz} = 12,5 \cdot 10^4$ кг/с²; $b_{iz} = 2 \cdot 10^2$ кг/с; $A_1 = 0,2$ м; $A_2 = 0,1$ м; $A_3 = 0,05$ м; $A_4 = 0,03$ м; координати контрольної точки К ($y_k = 0,2$ м, $z_k = 0,05$ м).

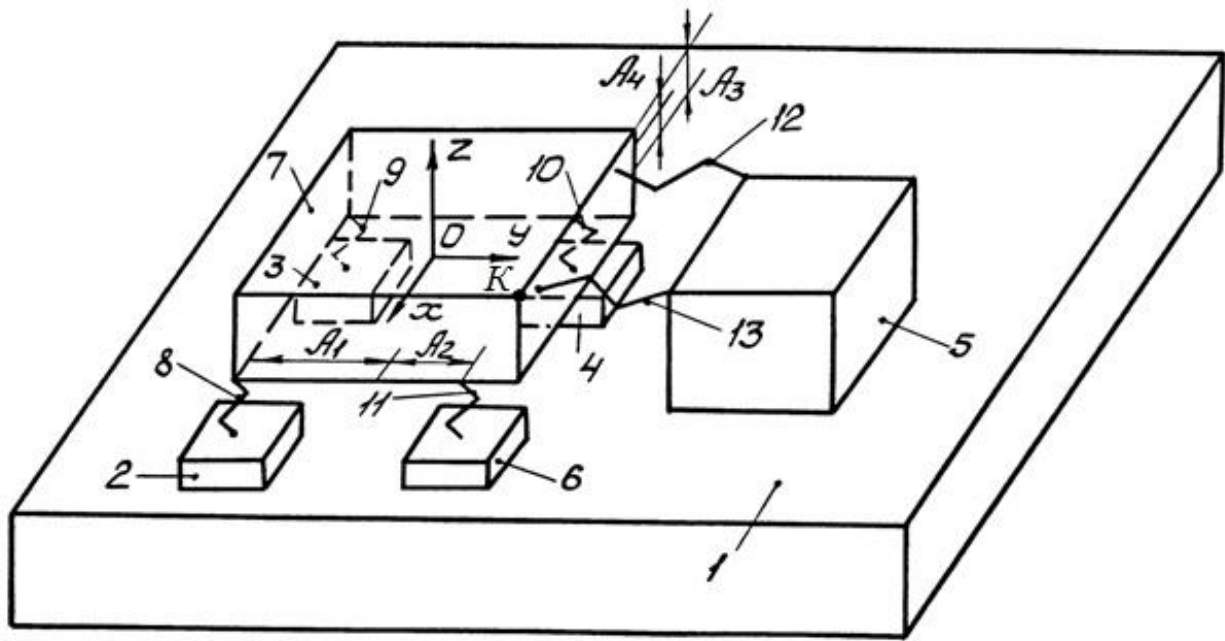


Рисунок 4.1 – Конструктивна схема ОПС

Одержимо і проаналізуємо параметри законів коливань тривимірного ОПС для випадку випробувань на двокоординатному поступальному вібростенді, тобто при одночасних горизонтальних і вертикальних коливаннях платформи за законами $y_2(t) = y_2 \sin(\omega t + \alpha)$, $z_2(t) = z_2 \sin \omega t$, $\theta_2 = 0$, варіюванні частоти ω і зсуву фаз α . Водночас досліджуваним параметром буде амплітудно-частотна характеристика об'єкта в напрямку узагальнених y_1 , z_1 , θ_1 і абсолютних y_k , z_k координат у контрольній точці K .

Під час випробувань об'єктів на механічні впливи діапазон робочих частот $\Omega = [\omega_n - \omega_e]$ представляють звичайно сукупністю [1 – 6] двох діапазонів: $\Omega_1 = [\omega_n - \omega_e]$, у якому приймають постійною амплітуду вібропереміщень платформи вібростенда, і $\Omega_2 = [\omega_e - \omega_e]$, для якої постійною є амплітуда віброприскорення. Тут ω_n , ω_e – нижнє і верхнє значення діапазону робочих частот, а ω_e – гранична частота піддіапазонів. Значення граничної частоти разом із тим є одним із параметрів (ознак) методу випробувань.

Зважаючи на це, дослідження взаємопідсилювальної дії багатокоординатної вібрації платформи на параметри вібраційного стану об'єкта проведемо на прикладі двох типів кінематичного збудження: тип 1 – $y_2 = \text{const}$, $z_2 = \text{const}$; тип 2 – $y_2 = \ddot{y}_2 / \omega^2 = \text{const}$, $z_2 = \ddot{z}_2 / \omega^2 = \text{const}$ (випробування за постійної амплітуди віброприскорень \ddot{y}_2 , \ddot{z}_2 у діапазоні частот Ω_2).

Розглянемо кінематичне збудження першого типу, прийнявши $y_2 = 0,005$ м, $z_2 = 0,005$ м, $\theta = 0$. За такої умови варіювання параметрів кінематичного збудження визначимо у такий спосіб: для зсуву фаз $\alpha = [0 - 2\pi]$ рад; для частоти збудження $\omega = [0 - 300]$ рад/с.

Результати досліджень залежностей $A_{y_1рез}(\alpha, \omega_{y_1рез})$, $A_{z_1рез}(\alpha, \omega_{z_1рез})$ і $A_{\theta_1рез}(\alpha, \omega_{\theta_1рез})$ наведено на рисунку 4.1 кривими 1, 2, 3 відповідно. Тут $A_{y_1, z_1, \theta_1рез}(\alpha)$ – амплітуди коливань об'єкта на частоті резонансу $\omega_{y_1, z_1, \theta_1рез}$ в напрямку координат y_1, z_1 і θ_1 .

Установлено, що у разі зміни параметра α у діапазоні $[0 - 2\pi]$ рад амплітуди $A_{y_1рез}(\alpha, 120)$, $A_{z_1рез}(\alpha, 160)$ і $A_{\theta_1рез}(\alpha, 170)$ змінюються в діапазонах:
 $A_{y_1рез}(2,32 \cdot 10^{-2} - 2,723 \cdot 10^{-2} \text{ м});$ $A_{z_1рез}(1,571 \cdot 10^{-2} - 2,017 \cdot 10^{-2} \text{ м});$
 $A_{\theta_1рез}(4,39 \cdot 10^{-2} - 6,51 \cdot 10^{-2} \text{ рад}).$

Із графіків, наведених на рисунку 4.2, також випливає, що криві 1, 2, 3 мають чітко простежуваний резонансний характер, за якого значення амплітуд $A_{y_1, z_1, \theta_1рез}$ перетерплюють зміни відповідно на 17,3; 28,3; 48,2 %.

Криві 1, 2, 3 на рисунку 4.2 дозволяють також установити величини параметрів $\alpha_{y_1, z_1, \theta_1рез}$, за яких $A_{y_1, z_1, \theta_1рез} = (A_{y_1, z_1, \theta_1рез})_{\max}$. Ними є значення $\alpha_{y_1рез} = 5,966$ рад, $\alpha_{z_1рез} = 2,826$ рад, $\alpha_{\theta_1рез} = 1,570$ рад.

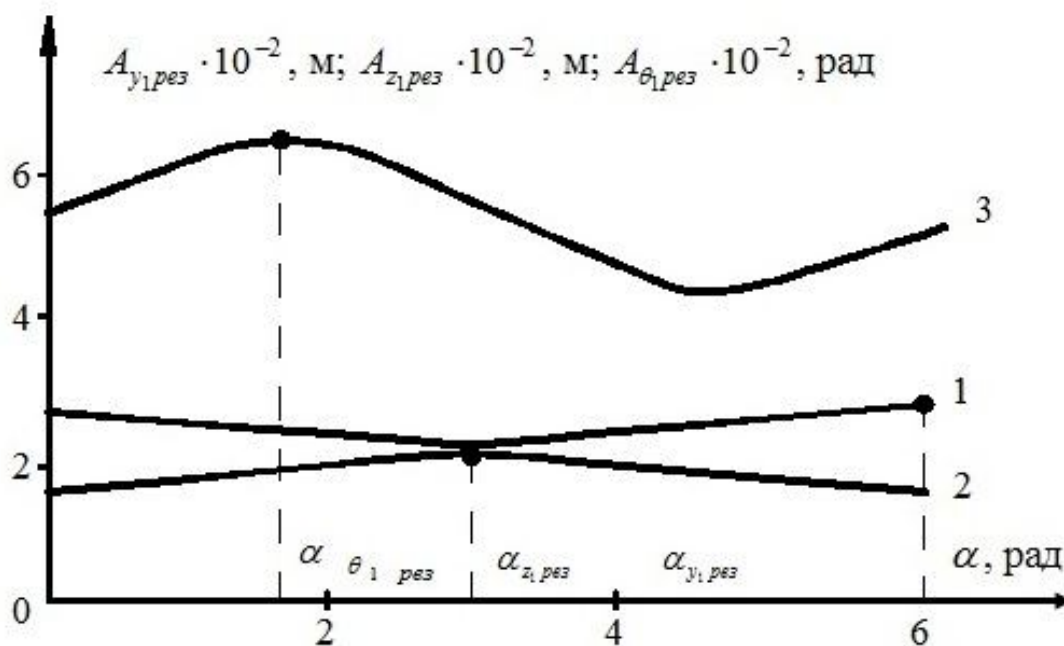


Рисунок 4.2 – Амплітудно-фазові характеристики об'єкта випробувань

Розглянемо далі кінематичне збудження другого типу, прийнявши $y_2 = 300/\omega^2$ м, $z_2 = 300/\omega^2$ м, $\theta_2 = 0$. Вимоги до циклів варіювання параметрів α і ω збережемо колишніми. Результати досліджень приведені на рисунках 4.3, 4.4. Позначення кривих 1, 2, 3 аналогічні раніше прийнятим. Установлено такі діапазони змін амплітуд $A_{y_1, z_1, \theta_1рез}$: $A_{y_1рез} = (0,098 - 0,113)$ м, $A_{z_1рез} = (0,0382 - 0,0508)$ м і $A_{\theta_1рез} = (0,092 - 0,15)$ рад.

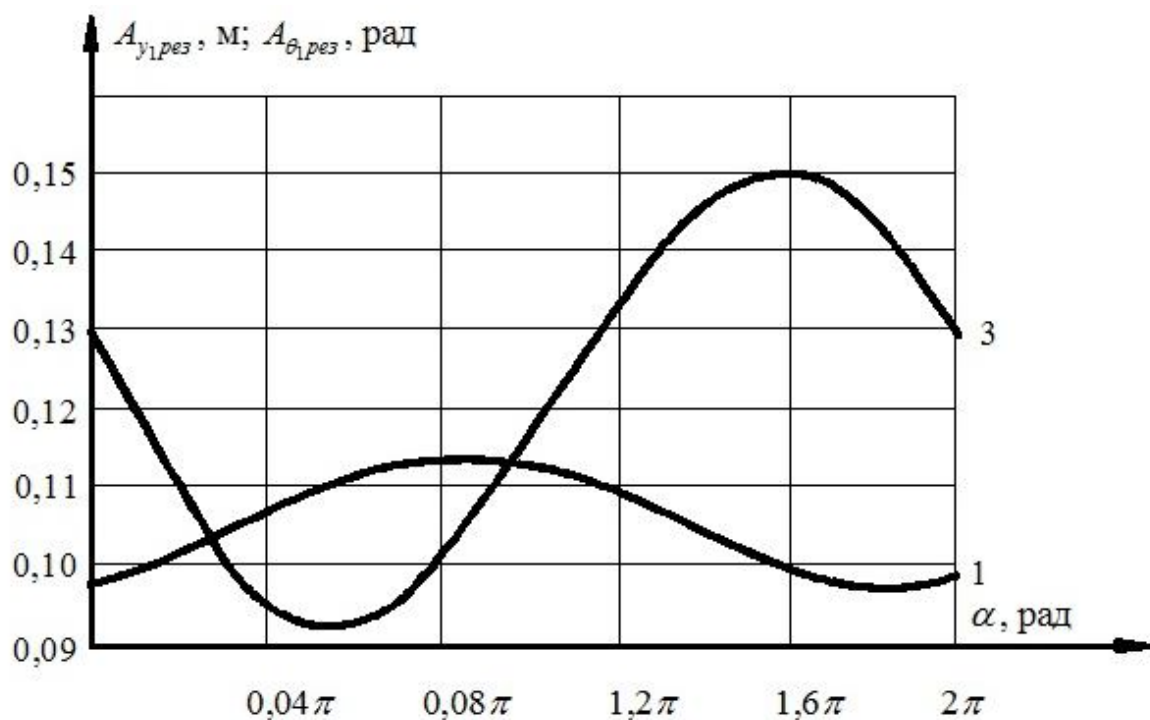


Рисунок 4.3 – Амплітудно-фазові характеристики об'єкта випробувань

Крім того також отримані такі значення параметрів $\alpha_{y_1, z_1, \theta_1рез}$:

$\alpha_{y_1рез} = 2,64$ рад, $\alpha_{z_1рез} = 5,97$ рад, $\alpha_{\theta_1рез} = 5,02$ рад.

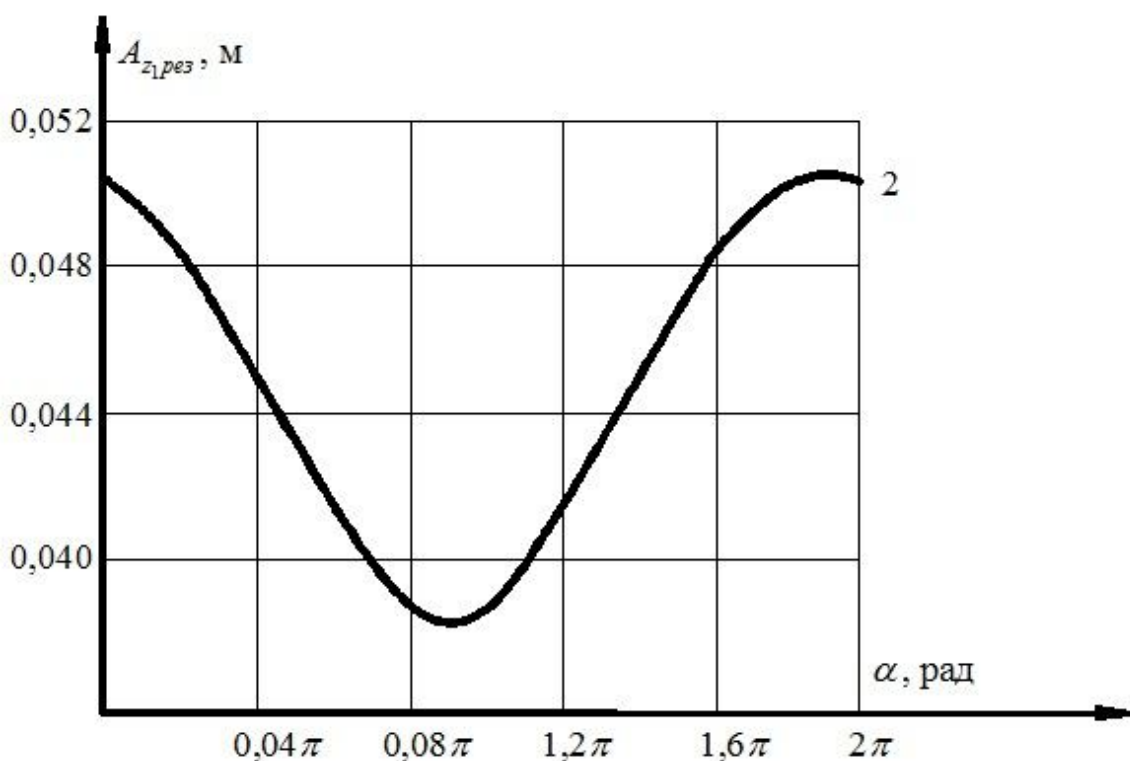


Рисунок 4.4 – Амплітудно-фазові характеристики об'єкта випробувань

Діапазони зміни амплітуд $A_{y_1, z_1, \theta_1рез}$ за другого типу кінематичного збудження склали відповідно 15,3; 32,9; 16 %.

На рисунках 4.5, 4.6 наведені аналогічні випадку 2 залежності для контрольної точки K . Тут залежностям $A_{y_k \text{рез}}(\alpha, 120)$, $A_{z_k \text{рез}}(\alpha, 150)$ відповідають криві 1, 2, а крива 3 визначає залежність $A_{r_k \text{рез}}(\alpha, 120)$, де $r_k = (y_k^2 + z_k^2)^{1/2}$ – амплітуда вектора вібропереміщень контрольної точки об'єкта.

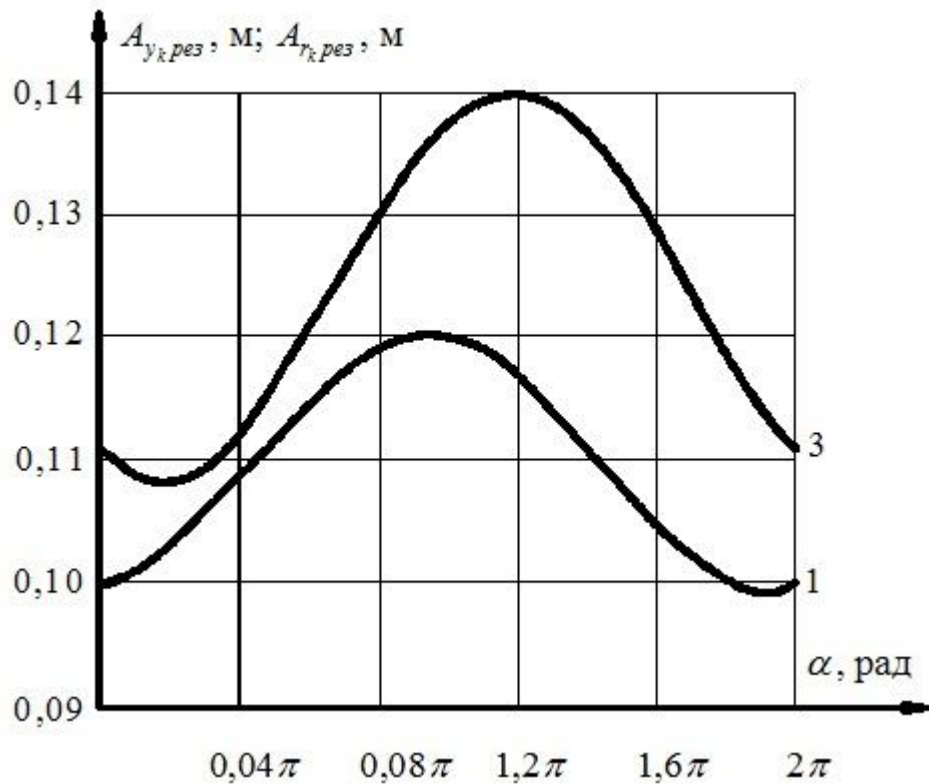


Рисунок 4.5 – Амплітудно-фазові характеристики об'єкта випробувань

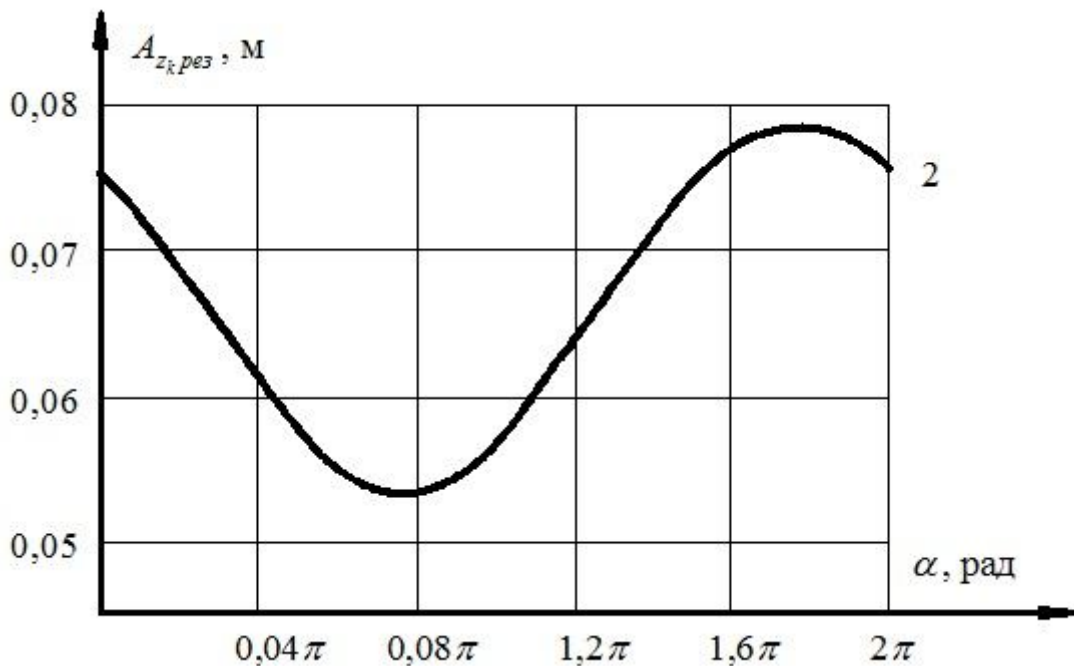


Рисунок 4.6 – Амплітудно-фазові характеристики об'єкта випробувань

Із аналізу кривих впливають такі діапазони зміни амплітуд $A_{y_1, z_1, \theta_1 \text{рез}} : 21,7; 48,1; 29,6 \%$. Водночас значення $\alpha_{y_k, z_k, \theta_k \text{рез}}$ дорівнюють відповідно 2,95 рад; 5,53 рад; 3,77 рад.

Отже, для ОПС, що піддаються багатокоординатному зовнішньому механічному впливу в експлуатації (або під час стендових випробувань на вібронадійність) спостерігаються такі особливості їхньої вібраційної активності:

- спостерігається залежність амплітуд коливань об'єкта $A_{y_1, z_1, \theta_1 \text{рез}}$ у напрямку узагальнених координат y_1, z_1, θ_1 , а також модульних характеристик вектора вібропереміщень $|\bar{r}_k|$ у контрольній точці об'єкта на резонансних частотах $A_{y_1, z_1, \theta_1 \text{рез}}$ від фазового параметра багатокоординатного зовнішнього впливу. Наприклад, в аналізованому прикладі для першого типу збудження об'єкта випробувань варіація амплітуди $A_{\theta_1 \text{рез}}$ складає 48,2 %, варіація амплітуди $A_{z_1 \text{рез}}$ у випадку віброзбудження об'єкта в режимі $\ddot{x}(\omega) = \text{const}$ досягає 32,9 %, а варіація модульної характеристики $|\bar{r}_k|$ дорівнює 29,6 %;

- спостерігається залежність величин параметрів $\alpha_{y_1, z_1, \theta_1 \text{рез}}$ від типів кінематичного збудження. Ця властивість ОПС отримує особливу значущість під час стендових випробувань об'єктів на полігармонійні і випадкові багатокоординатні зовнішні механічні впливи, із огляду на те, що в умовах експлуатації можливість виникнення на частоті ω_k діапазону Ω кожного зі значень α_k діапазону $[0 - 2\pi]$ є рівномірною [7, 35].

4.2 Ефект синергізму другого типу в задачах відносного руху аналізованого об'єкта

Для вузлів, закріплених на корпусі ЕГМА, ефект взаємопідсилювальної дії поступально-кутової вібрації $(a_{x,y,z}, \omega_{x,y,z}, \varepsilon_{x,y,z})$ уже корпусу ЕГМА (або платформи просторового вібростенда) на параметри відносної вібрації \bar{Q}_a вузла ЕГМА, що описується рівнянням

$$W_2(\omega_{x,y,z}, \varepsilon_{x,y,z}) \cdot \bar{Q}_a = W_3 F_y + W_4(a_{x,y,z}, \omega_{x,y,z}, \varepsilon_{x,y,z}) \cdot \overline{DO}, \quad (4.1)$$

де W_2, W_3, W_4 – матриці передатних функцій об'єкта випробувань; F_y – вектор сил керування вузлом (або робочим елементом вузла) агрегату; \overline{DO} – радіус-вектор контрольної точки вузла щодо контрольної точки корпусу ЕГМА, позначимо терміном – синергетичний ефект другого типу.

Із рівняння (4.1) випливає, що в умовах прояву синергетичного ефекту другого типу елементи матриць W_2 і W_4 за $\omega_{x,y,z}(t) \neq 0$, $\varepsilon_{x,y,z}(t) \neq 0$ стають функціями часу, а вихідне однорідне диференціальне рівняння переходить у клас квазілінійних (наприклад, типу Мат'є-Хілла) рівнянь, для яких умови стійкості і параметри як загального, так і часткового рішень залежать від характеристик векторів $\bar{\omega}(t)$, $\bar{\varepsilon}(t)$ [9, 13].

Дослідження особливостей впливу синергетичного ефекту другого типу на вібраційний стан випробовуваного об'єкта розглянемо на прикладі вузла типового механогідравличного перетворювача, робочим елементом якого є втулка, розміщена на золотнику, коливання якої регулюються повідцем, зв'язаним з валом електромеханічного перетворювача. Механічна схема робочого елемента вузла наведена на рисунку 4.7.

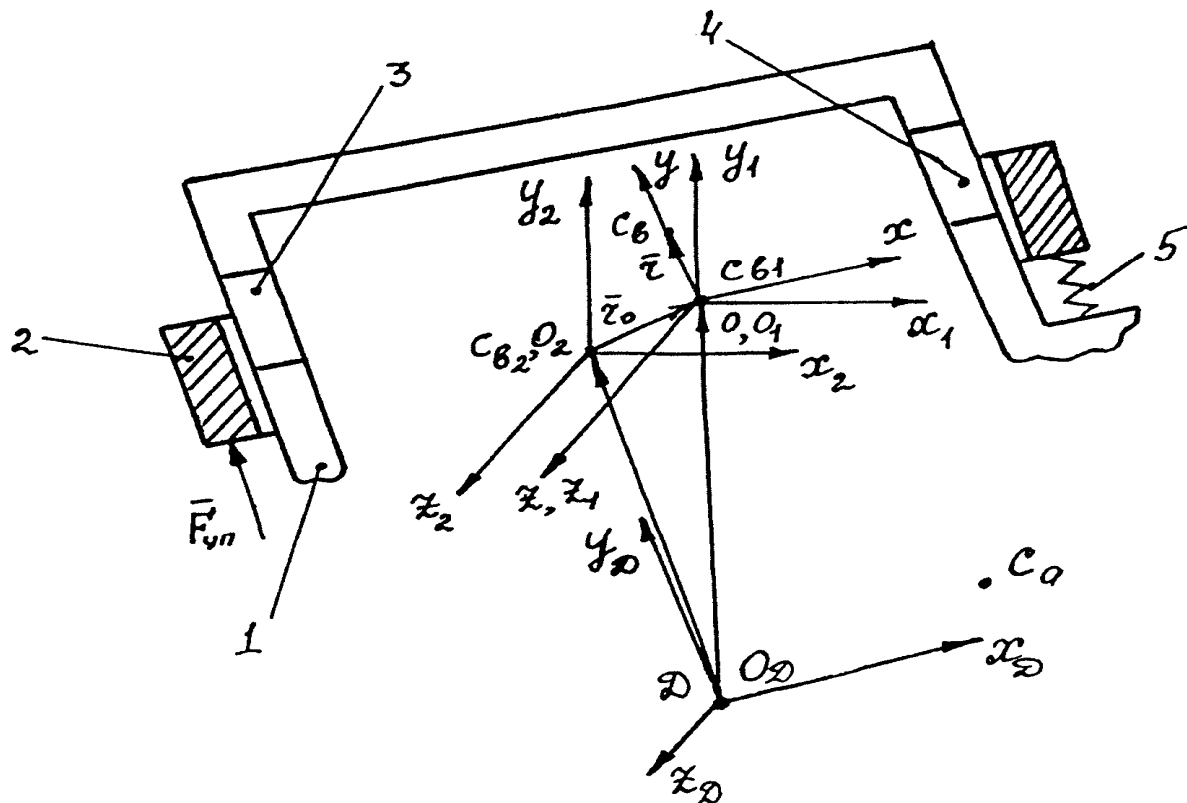


Рисунок 4.7 – Механічна схема вузла ЕГМА:

1 – золотник; 2 – втулка масою m ; 3, 4 – робочі вікна золотника; 5 – зведений елемент, що пружно демпфує, з коефіцієнтами жорсткості c и опору b ; D – контрольна точка на корпусі агрегату; C_a, C_{b_2} – центри мас агрегату і втулки 2 у стані спокою; $\bar{r}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}' = x_0\bar{i} + y_0\bar{j} + z_0\bar{k}$, $\bar{r} = \{x, y, z\}' = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ – радіуси-вектори переносного і відносного руху втулки в рухомій системі координат $Oxyz$; C_{b_1} – центр мас втулки 2 за $\bar{r}_0 \neq 0$; $O_2x_2y_2z_2$ – система координат, що поступально рухається

Тут осі систем координат $Oxyz$ і $O_Dx_Dy_Dz_D$, а також $O_2x_2y_2z_2$ і $O_1x_1y_1z_1$ колінеарні відповідно. Положення втулки 2 на золотнику 1 визначає собою поточні перетини вікон 3, 4, від величин яких залежить, зі свого боку, тиск рідини в робочій порожнині агрегату, тобто амплітудні, частотні і тимчасові характеристики його вихідного сигналу. З огляду на [3 – 6, 8, 9] векторне диференціальне рівняння руху втулки має вигляд:

$$m\bar{a}^r = \bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \bar{F}_{yn} - m\bar{a}^{-e} - m\bar{a}^{-c}, \quad (4.2)$$

де $\bar{a}^r = \{\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}\}'$ – вектор відносного прискорення втулки;
 $\bar{a}^e = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \cdot \bar{r} + \bar{\omega} \cdot (\bar{\omega} \cdot \bar{r}) = \bar{a}_0 + \bar{\varepsilon} \cdot \bar{r} + \bar{\omega} \cdot (\bar{\omega} \cdot \bar{r}) - \bar{\omega}^2 \cdot \bar{r}$ – вектор переносного прискорення втулки; $\bar{a}_0 = \bar{r}_0 = \{\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0\}$ – вектор переносного прискорення полюса O_1 ; $\bar{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}'$, $\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z\}'$ – вектори кутової швидкості і кутового прискорення втулки в системі координат $Oxyz$; $\bar{a}^c = 2\bar{\omega} \cdot \bar{V}^r$ – прискорення Кориоліса втулки; $\bar{V}^r = \{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\}'$ – вектор відносної швидкості втулки; $\bar{R}_1 = \{-cx, -cy, -cz\}'$, $\bar{R}_2 = \{-b\dot{x}, -b\dot{y}, -b\dot{z}\}'$ – вектори сил, що відновлюють, і сил опору елемента, що пружно демпфують.

Перейдемо в рівнянні (4.2) до матричної форми, спроектувавши його на осі системи координат $Oxyz$:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -c \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - b \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} -$$

$$- m \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 + (\varepsilon_y z - \varepsilon_z y) + \omega_x (\omega_x x + \omega_y y + \omega_z z) - (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \cdot x \\ \ddot{y}_0 + (\varepsilon_z x - \varepsilon_x z) + \omega_y (\omega_x x + \omega_y y + \omega_z z) - (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \cdot y \\ \ddot{z}_0 + (\varepsilon_x y - \varepsilon_y x) + \omega_z (\omega_x x + \omega_y y + \omega_z z) - (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \cdot z \end{bmatrix} -$$

$$- 2m \begin{bmatrix} \omega_y \dot{z} - \omega_z \dot{y} \\ \omega_z \dot{x} - \omega_x \dot{z} \\ \omega_x \dot{y} - \omega_y \dot{x} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

У рівнянні (4.3)

$$a_0 = \bar{a}_D + \bar{\varepsilon} \cdot \bar{DO} + \bar{\omega} \cdot (\bar{\omega} \cdot \bar{DO}) =$$

$$= a_0 + \bar{\varepsilon} \cdot \bar{DO} + \bar{\omega} \cdot (\bar{\omega} \cdot \bar{DO}) - \bar{\omega}^2 \cdot \bar{DO}. \quad (4.4)$$

Представимо (4.4) у проекціях на осі системи координат $Oxyz$:

$$\bar{a}_0 = a_{Dx} \bar{i} + a_{Dy} \bar{j} + a_{Dz} \bar{k} + \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \\ DO_x & DO_y & DO_z \end{bmatrix} +$$

$$+ (\omega_x \bar{i} + \omega_y \bar{j} + \omega_z \bar{k}) \cdot (\omega_x DO_x + \omega_y DO_y + \omega_z DO_z) -$$

$$+ (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \cdot (DO_x \bar{i} + DO_y \bar{j} + DO_z \bar{k}), \quad (4.5)$$

де \bar{DO} – радіус-вектор полюса O_1 у системі координат $O_D x_D y_D z_D$; $\bar{a}_D = \{\ddot{x}_D, \ddot{y}_D, \ddot{z}_D\}$ – вектор абсолютного прискорення корпусу агрегату в контрольній точці D .

За нерухомого золотника l і корпусу агрегату вектори \bar{DO}_2 і \bar{DO} на рисунку 4.7 збігаються, а вектор \bar{r}_0 переносного руху втулки дорівнює нулю.

Координатні складові вектора \bar{a}_D пропорційні вихідним сигналам трикоординатного акселерометра, осі основної чутливості якого збігаються з осями системи координат $O_D x_D y_D z_D$. Перетворимо рівняння (4.5) до матричної форми:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_D \\ \ddot{y}_D \\ \ddot{z}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x \omega_y - \varepsilon_z & \omega_x \omega_z + \varepsilon_y \\ \omega_x \omega_y + \varepsilon_z & -\omega_x^2 - \omega_z^2 & \omega_y \omega_z - \varepsilon_x \\ \omega_x \omega_z - \varepsilon_y & \omega_y \omega_z + \varepsilon_x & -\omega_x^2 - \omega_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} DO_x \\ DO_y \\ DO_z \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Підставимо (4.6) у (4.3) і після перетворень одержимо остаточно таке матричне диференціальне рівняння просторового відносного руху втулки:

$$\begin{aligned} m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & -2m\omega_z & 2m\omega_y \\ 2m\omega_z & b & 2m\omega_x \\ 2m\omega_y & 2m\omega_x & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} c - m\omega_y^2 - m\omega_z^2 & m\omega_x \omega_y - m\varepsilon_z & m\omega_x \omega_z + m\varepsilon_y \\ m\omega_x \omega_y + m\varepsilon_z & c - m\omega_x^2 - \omega_z^2 & m\omega_y \omega_z - m\varepsilon_x \\ m\omega_x \omega_z - m\varepsilon_y & m\omega_y \omega_z + m\varepsilon_x & c - m\omega_x^2 - m\omega_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} - \\ - m \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{x}_D \\ \ddot{y}_D \\ \ddot{z}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_y^2 - \omega_z^2 & \omega_x \omega_y - \varepsilon_z & \omega_x \omega_z + \varepsilon_y \\ \omega_x \omega_y + \varepsilon_z & -\omega_x^2 - \omega_z^2 & \omega_y \omega_z - \varepsilon_x \\ \omega_x \omega_z - \varepsilon_y & \omega_y \omega_z + \varepsilon_x & -\omega_x^2 - \omega_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} DO_x \\ DO_y \\ DO_z \end{bmatrix} \right\}. \quad (4.7)$$

Рівняння (4.7) установлює залежність відносних вібрацій робочого елемента (втулки) електрогідромеханічного агрегату від сигналів керування через параметри вектора $\bar{F}_{yn} = \{F_x, F_y, F_z\}'$, абсолютних віброприскорень \bar{a}_D корпусу ЕГМА в контрольній точці D , координатних складових вектора \overline{DO} , а також амплітудних і тимчасових характеристик сигналів швидкостей і прискорень $\omega_x, \omega_y, \omega_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$. Останнє переводить рівняння (4.7) у розряд рівнянь із параметрами типу, що змінюються (Мат'є-Хілла), для яких умови стійкості і параметри як загального, так і часткового розв'язань виявляються залежними від амплітудно-частотних характеристик векторів $\bar{\omega}$ і $\bar{\varepsilon}$. Синергетичні ефекти першого і другого типів взаємозалежні тут через координати контрольної точки D , прискорення \ddot{x}_D, \ddot{y}_D і \ddot{z}_D корпусу агрегату, а також його кутові швидкості $\bar{\omega}$ і прискорення $\bar{\varepsilon}$.

Відповідно до рівняння (4.7) сукупна взаємопідсилювальна дія обох типів синергетичних ефектів призводить до перекручування програмних рухів робочого елемента ЕГМА (в аналізованому на рисунку 4.6 випадку це втулка 2) виконавчого механізму агрегату, погіршенню динамічних і точносних характеристик як агрегату, так і виробу в цілому.

Особливості взаємопідсилювальної дії синергетичного ефекту другого типу, тобто поступально-кутових вібрацій корпусу ЕГМА на параметри відносних коливань втулки 2 розглянемо на наступному прикладі.

Припустимо, що: корпус агрегату здійснює поступально-кутові вібрації в площині креслення на рисунку 4.7 за законами $x_{KA}(t)$, $y_{KA}(t)$ і $\theta_{KA}(t)$; вектор кутового прискорення корпусу $\bar{\omega} = \omega_z \bar{k}$; прискорення контрольної точки D корпусу $\bar{a}_D = a_{Dx} \bar{i} + a_{Dy} \bar{j}$; радіус-вектор $\overline{DO} = DO_y \bar{j}$; втулка 2 здійснює поступальний рух у циліндричних напрямних золотника 1 у напрямку осі Oy ; радіус-вектор центру мас втулки за її відносного руху $\bar{r} = y \bar{j}$; відносне прискорення втулки $\bar{a}^r = \ddot{y} \bar{j}$; керуючий вплив $\bar{F}_{yn} = F_y \bar{j}$.

У цьому випадку рівняння (4.7) приводиться до вигляду

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy - m\omega_z^2 y = F_y - m\ddot{y}_D + m\omega_z^2 \cdot DO_y, \quad (4.8)$$

де $\ddot{y}_D = a_{Dy}$.

Із рівняння (4.8) випливає, що синергетичний ефект другого типу обумовлює появу в диференціальному рівнянні відносного руху втулки 2 таких додаткових членів:

$$d_1 = -m\omega_z^2 y; \quad d_2 = -m\ddot{y}_D; \quad d_3 = m\omega_z^2 \cdot DO_y.$$

В умовах експлуатації завжди виконується $\omega_z = A_\omega \sin(\omega t + \varphi_\omega) \neq 0$, тоді одержимо, що

$$\left. \begin{aligned} d_1(t) &= d_{11} + d_{12}(t) = \frac{1}{2}mA_\omega^2 - \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cos(2\omega t + 2\varphi_\omega), \\ d_2(t) &= -ma_{Dy} \sin(\omega t + \varphi_a), \\ d_3(t) &= d_{31} + d_{32}(t) = \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cdot DO_y - \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cdot DO_y \cos(2\omega t + 2\varphi_\omega). \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Аналіз рівнянь (4.9) показує, що при цьому відбувається, по-перше, зменшення коефіцієнта при змінній y на $d_{11} = \frac{1}{2}mA_\omega^2$, а також додаткова зміна його величини по гармонійному закону $d_{12}(t) = \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cos(2\omega t + 2\varphi_\omega)$.

У результаті однорідне диференціальне рівняння (4.8) переходить у розряд рівнянь із коефіцієнтами, що змінюються по гармонійному закону.

По-друге, у правій частині неоднорідного диференціального рівняння (4.8) з'являються додаткові члени: у вигляді постійної $d_{31} = \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cdot DO_y$, а також

гармонійних $d_2(t) = -ma_{Dy} \sin(\omega t + \varphi_a)$, $d_{32}(t) = \frac{1}{2}mA_\omega^2 \cdot DO_y \cos(2\omega t + 2\varphi_\omega)$ складових. Тут частота впливу сигналу d_2 збігається з частотою зміни коефіцієнта при y однорідного диференціального рівняння (4.8), а частота сигналу $d_{32}(t)$ перевищує останню в два рази. Крім того, розв'язок рівняння (4.8) уже містить додаткову постійну складову, пропорційну величині d_{31} .

Якісну оцінку перекручувань заданого (за $d_i = 0$ ($i = \overline{1,3}$)) програмного руху

втулки $y_n(t)$ для випадку, коли $d_i \neq 0$, зробимо, розв'язавши рівняння (4.8) чисельно за $m = 1$ кг, $b = 20$ Н·с·м⁻¹, $c = 1 \cdot 10^4$ Н·м⁻¹, $F_y = 100 \sin 50t$ (Н).

Результати досліджень наведені на рисунку 4.8, де крива 1 відповідає сигналу $y(t) = y_n(t)$, а криві 2, 3, 4 отримані за $\varphi_a = 0$ рад, $\varphi_\omega = \pi/2$ рад, $a_{Dy} = 50 \sin 50t$ (м·с⁻²), $DO_y = 0,5$ м і $\omega = (50, 100, 150)$ рад·с⁻¹ відповідно.

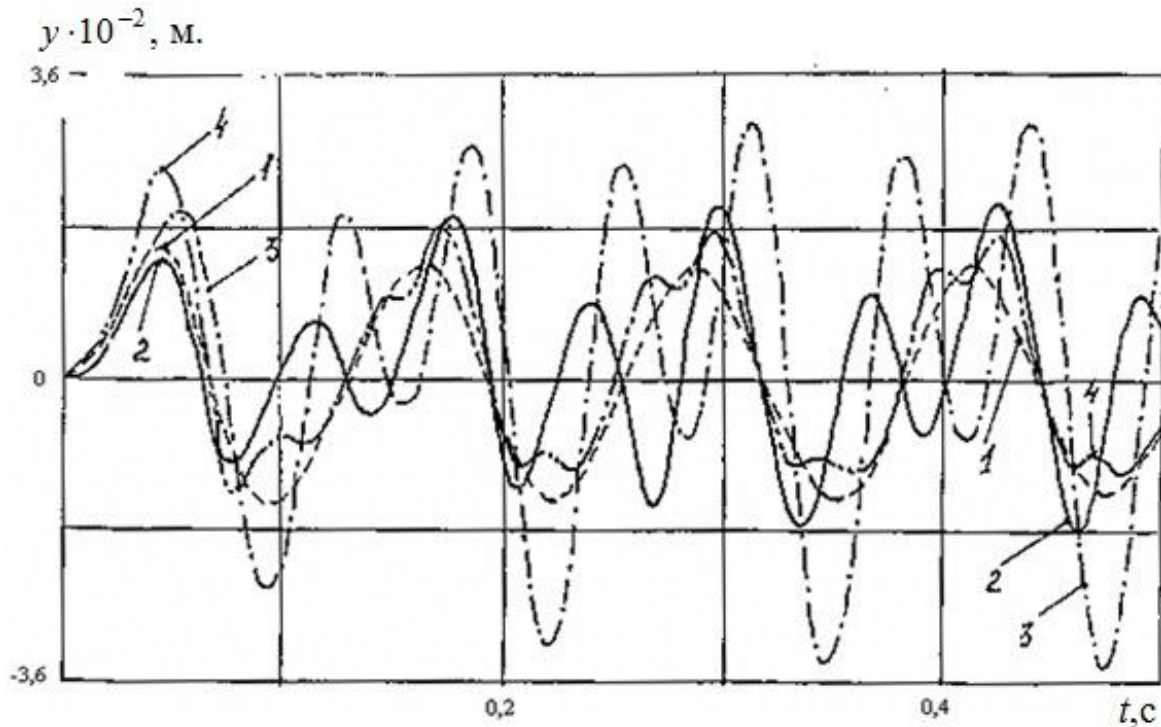


Рисунок 4.8 – Закон руху втулки ЕГМА

Аналіз кривих показує, що вплив синергетичного ефекту другого типу на програмний рух $y_n(t)$ втулки виявляється за допомогою таких факторів: відсутність моногармонійності сигналу $y(t)$ за одночастотного сигналу керування F_y ; зсув сигналу $|\max(y(t))|$ щодо його програмного значення $|\max(y_n(t))|$ (за $\omega = (50, 100, 150)$ рад·с⁻¹ і $t = [0 \div 0,5]$ с (значення $|\max(y(t))|$ збільшилося відповідно на 28 % (крива 2), 47,5 % (крива 3) і 23 % (крива 4)).

Практична значущість отриманих результатів виявляється: у задачах аналізу кінематичних, силових і точнісних характеристик ОПС, що експлуатуються в умовах впливу знакозмінних зовнішніх і внутрішніх вібраційних навантажень, напрямом яких змінюється в часі; у задачах мінімізації впливу синергетичного ефекту на показники стійкості функціонування і віброміцності ЕГМА в умовах експлуатації; у задачах синтезу конструктивних схем ЕГМА; у задачах стендових випробувань ЕГМА на вібронадійність.

РОЗДІЛ 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СИНЕРГЕТИЧНОГО ЕФЕКТУ ПЕРШОГО ТИПУ НА БАЗІ ДВОВИМІРНИХ АМПЛІТУДНО-ФАЗОЧАСТОТНИХ ТА АМПЛІТУДНО-ШПАРУВАТИСНО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Аналіз вітчизняного і світового досвіду створення установок для вібраційних випробувань об'єктів просторової структури за багатокоординатного зовнішнього впливу показує, що для розв'язання головної задачі засобів випробувань, що складається в максимальному наближенні умов випробувань до умов реальної експлуатації, а також у достовірній кількісній і якісній оцінці змін у цих умовах основних властивостей, функцій і характеристик виробів і матеріалів, необхідно зв'язати разом цілий комплекс задач вібронадійності, прикладної механіки, вібраційної техніки й інших суміжних наук.

Конструкції сучасних машин, устаткування і механізмів безперервно розвиваються й удосконалюються у напрямі збільшення потужності, швидкохідності і точності, що при одночасному прагненні до зниження металоємності і габаритів призводить до високої динамічної навантаженості, а також до зростання ролі коливальних рухів елементів машин.

Більшість електрогідромеханічних агрегатів і вузлів машинобудування, авіаційної, космічної, транспортної та будівельної техніки є сукупністю встановлених на несучій конструкції (корпусі) вузлів, блоків, агрегатів і належить до класу об'єктів просторової структури, механічна схема яких є системою просторово орієнтованих інерційних, пружних і дисипативних елементів [1, 3, 11 – 15, 27, 66].

Аналіз реакції коливальних систем на багаточастотні, зокрема затухаючі сейсмічні збурення на платформу несучих споруд, при заданій комбінації параметрів об'єкта розглянуті в роботах [71]. Установлене явище подвійного фазочастотного резонансу може спостерігатися під час і вимушених коливань континуальних систем [72].

У роботах [13 – 15] вирішені теоретичні питання, що належать до особливостей прояву синергетичних ефектів першого і другого типу в задачах випробувань об'єктів просторової структури на вібронадійність. Установлено, що за такої умови виключаються занижені оцінки показників вібраційної активності об'єктів, що діагностуються при стендових випробуваннях, а отже, і непередбачені їхні відмови по вібронадійності в експлуатації. Узаємнопідсилювальна дія параметрів багатокоординатної детермінованої вібрації проаналізована на базі амплітудно-фазочастотних характеристик і показана ефективність стендових випробувань ОПС на багатокоординатних поступально-кутових вібростендах.

Аналіз реакції коливальних систем на вібраційні випробування належать до одного з основних видів випробувань конструкцій, машин, вузлів і блоків виробів на механічні впливи, метою яких є визначення здатності виробу викону-

вати свої функції в межах установлених норм, а також їхньої здатності протистояти руйнівному впливу, вібраційних навантажень, що виникають [1, 7, 22].

Відомо [1, 8, 12], що на стадії розроблення конструктивної схеми випробувального стенда до основних етапів належить етап розроблення методу випробувань виробу. Він припускає визначення законів зміни в часі координатних складових вектора заданого зовнішнього впливу, точності його відтворення в стендових умовах, форми, орієнтації годографа і діапазону робочих частот вектора заданого вібраційного впливу, кількість одночасно випробовуваних об'єктів.

За нашого часу дослідження параметрів вібростійкості та віброміцності конструкцій, вузлів споруд, будівель та агрегатів енергетичних машин авіаційної, космічної, транспортної і будівельної техніки, суднобудівництва та машинобудування, які належать до класу об'єктів просторової структури і зазнають за умов реальної експлуатації впливу знакозмінних зовнішніх та внутрішніх змушувальних сил, напрям дії яких змінюється за часом, інакше кажучи, впливу багатокоординатних просторових навантажень, проводяться на основі однопараметричних амплітудно-частотних та амплітудно-часових характеристик, а стендові випробування ОПС на вібронадійність базуються на однокоординатних (горизонтальних, прямовисних) вібростендах. Унаслідок чого параметри вібронадійності ОПС не враховують механізмів синергетичного ефекту першого і другого типу, а стендові випробування виявляються неадекватними умовам експлуатації, що зумовлює хибну оцінку параметрів вібраційної активності конструкцій, вузлів, агрегатів, їх напруженого стану, знижує якість досліджень із фізики вібраційних відмов, та вірогідність результатів стендових випробувань, призводить до непередбачених відмов ОПС за вібронадійністю в експлуатації.

Для об'єктів просторової структури дослідження механізму взаємопідсилювальної дії багатокоординатного вібронавантаження на базі критеріїв відмов, які формалізовано шляхом застосування динамічних моделей ОПС в узагальнених, абсолютних та відносних координатах, двовимірних амплітудно-фазочастотних та амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик, а також методи та технічні засоби їхнього відтворення, є актуальними як в Україні, так і за кордоном.

Відомо, що адекватність випробувань ОПС на вібронадійність в умовах дії на об'єкт в експлуатації гармонійних, полігармонічних, випадкових і ударних багатокоординатних навантажень досягається процедурою їх еквівалентування, з урахуванням ступеня наближеності параметрів динамічної активності об'єктів та їх пошкоджень [1, 7, 73]. Для класу об'єктів резонуючої просторової структури, які розглядаються у цій роботі, їх спектрів основних коливань і післядії найбільш достовірними є еквівалентні представлення багатокоординатних гармонійних, полігармонічних та випадкових зовнішніх впливів просторовими ударними навантаженнями зі змінними шпаруватістю та тривалістю дії.

Метод досліджень параметрів синергетичного ефекту на базі амплітудно-фазочастотних й амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик ОПС

містить такі етапи: етап 1 – розроблення механічної і динамічної моделі ОПС; етап 2 – створення методу досліджень параметрів синергетичного ефекту на базі заданого типу частотних або часових характеристик ОПС; етап 3 – визначення конструктивних і механічних параметрів ОПС, закони їх параметричної, структурної або сигнальної нерегулярностей; етап 4 – визначення, дослідження і аналіз механізму впливу параметрів характеристик етапу 2 цього методу досліджень на динамічний стан ОПС; етап 5 – розроблення новітніх конкурентно спроможних засобів технічної реалізації у вигляді методів, методик, способів технічної реалізації вібростендів, систем та установок, що реалізують векторне механічне навантаження ОПС у режимі синергетичного ефекту.

У роботі синергетичний ефект першого типу формалізовано через параметри власних та взаємних спектрів вектору зовнішнього механічного навантаження. Особливості прояву синергетичного ефекту досліджено на базі двовимірних амплітудно-фазочастотних та амплітудно-шпаруватісно- часових характеристик об'єкта просторової структури за параметрами: власні частоти; частоти спряжених резонансів; амплітуди і спектри коливань об'єктів просторової структури на власних та спряжених частотах при варіюванні частоти, фази, шпаруватості, часу та параметрів механічного збудження [1, 11, 21 – 23]. Отримано кількісні оцінки взаємопідсилювальної дії параметрів збудження по кожному коефіцієнту синергізму стосовно абсолютних рухів об'єкта просторової структури в напрямках узагальнених координат та радіуса-вектора його контрольних точок.

Досліджуваним є об'єкт просторової структури, узагальнена механічна схема якого наведена на рисунку 5.1.

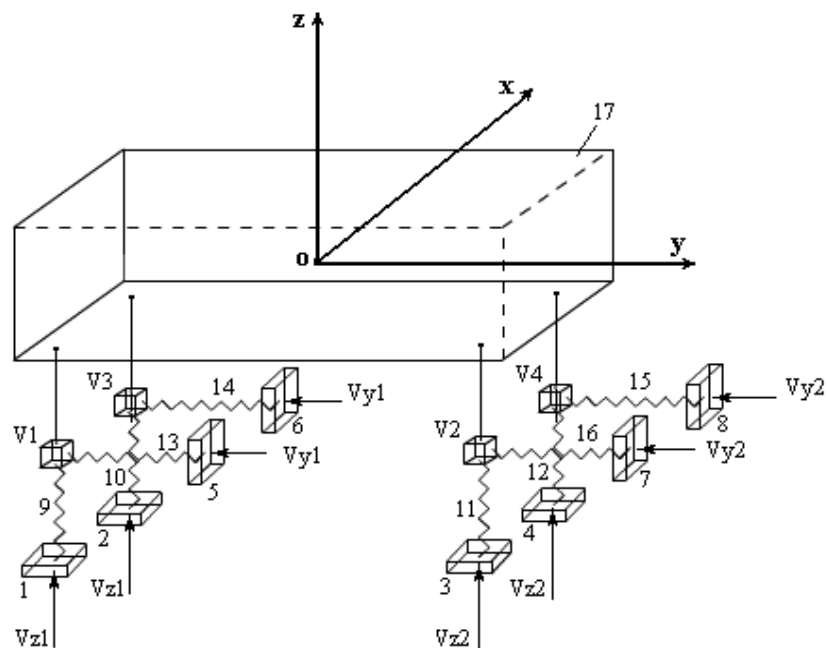


Рисунок 5.1 – Узагальнена механічна схема ОПС:

1-8 – деталі, що моделюють корпус об'єкта; 9-18 – пружно-дисипативні елементи, що моделюють блок пружної підвіски об'єкта в ортогональних напрямках; 17 – конструктивний елемент, що моделює інерційні властивості об'єкта

5.1 Дослідження параметрів синергізму ОПС на базі двопараметричних амплітудно-фазочастотних характеристик

У процесі експлуатації агрегатів машинобудування, авіаційної, космічної, транспортної і будівельної техніки, що належать до класу об'єктів просторової структури [1, 7, 10, 16], їхні основні вузли функціонують у динамічних режимах, параметри яких (переміщення, швидкість, прискорення) визначаються законами характеристиками (законами зміни в часі і розмірністю) сил керування, реакцій в'язей та сил інерції. Вузли розміщуються на корпусі ЕГМА зовні, а також у його внутрішньому робочому обсязі в місцях, визначених їхніми конструктивними характеристиками, технологічними умовами виготовлення, збирання й особливостями їхньої взаємодії в процесі функціонування, що визначає розбіжність центрів мас робочих елементів із центром мас самого агрегату. Тому кінематичні параметри руху кожного зі згаданих робочих елементів у процесі експлуатації виявляються залежними додатково від переносних і коріолісових сил інерції, обумовлених складним рухом корпусу агрегату. У результаті програмний рух елементів агрегату виявляється перевертаним, що негативно впливає на їхні динамічні і точнісні характеристики в цілому.

У цій монографії, з огляду на те, що в реальних умовах експлуатації вібрації корпусу виробу, на якому закріплений агрегат, мають складний характер, тобто змінюються в часі не тільки за величиною, але і за напрямом, розглядаються тривимірні вібрації корпусу агрегату і робочого елемента, встановленого на корпусі вузла, сукупність і взаємодія яких найбільш достовірно описують умови експлуатації вузлів і блоків ЕГМА з погляду реальних динамічних навантажень, а, отже, і реальних абсолютних, відносних вібропереміщень.

На відміну від роботи [11] у цій роботі зазначені залежності і взаємовпливи між параметрами вібраційних станів робочих елементів вузлів ЕГМА і його корпусу розглянуті з позиції синергетичного ефекту, тобто ефекту взаємопідсилювальної дії [14] компонентів просторової вібрації платформи стенда. У цьому випадку досягається відтворення в умовах стендових випробувань найбільш небезпечного з погляду відмовлення об'єкта по вібронадійності режиму випробувань. Амплітуди коливань об'єкта в напрямі основної (активно збуджуваної) координати впливом на параметри просторових коливань платформи вібростенда в напрямі сполучених (також активно збуджуваних) координат стають при цьому максимально можливими. У результаті виключаються занижені оцінки показників вібраційної активності об'єкта, які діагностуються при стендових випробуваннях, а, отже, і непередбачені відмови їх по вібронадійності в експлуатації. Одночасно підвищуються вірогідність досліджень по фізиці вібраційних відмовлень, а також надійність ОПС в експлуатації. Механізм прояву ефекту взаємопідсилювальної дії компонентів просторової вібрації розглянутий у роботі [20]. Обумовлений він зв'язаністю рівнянь просторових коливань корпусу ЕГМА.

Варто зазначити, що розглянутий у роботі [26] ефект перерозподілу енергії коливань між координатами, заснований на механізмі непрямого збудження коливань у напрямку сполучених, неосновних (активно не збуджуваних) координат обумовлений також зв'язаністю (параметричною) рівнянь просторових коливань об'єкта. Однак фундаментальна задача випробувань на вібронадійність, що полягає у дослідженні залежності амплітуд змушених, зокрема резонансних, коливань об'єкта від параметрів багатокоординатного зовнішнього силового (кінематичного) збудження, що прикладається до об'єкта, не розглядається.

На практиці [14] критерії відмов ОПС по вібронадійності формалізуються залежно від методів випробувань звичайно або через параметри абсолютної вібрації $\bar{Q}_k = \{x_a, y_a, z_a\}'$ контрольної точки корпусу ЕГМА, або за допомогою параметрів відносної вібрації $\bar{Q}_y = \{x, y, z\}'$ закріпленого на корпусі агрегату вузла (робочого елементу вузла).

Цей розділ монографії присвячено чисельному аналізу параметрів синергетичного ефекту, формалізованого за допомогою двопараметричних амплітудно-фазочастотних характеристик (АФЧХ) ОПС через абсолютні вібрації центрів мас несучої конструкції (корпусу виробу), а також самого об'єкта і його заданих контрольних точок.

В основу досліджень покладені фундаментальні рівняння коливань ОПС у частотній області, отримані методом комплексних амплітуд [1, 3]. Водночас функціональні залежності параметрів коливань об'єкта від параметрів зовнішнього кінематичного впливу проаналізовані з використанням теорем екстремальності [4, 16, 21].

Перевагою розглянутих двовимірних АФЧХ перед одновимірними АЧХ [7, 10] є їхня абсолютна інформативність до наступних базових параметрів частотних характеристик механічних коливальних систем: кількості резонансних піків за $\omega = Var$, $\alpha = Var$; величинам показників синергетичного ефекту (коефіцієнтів синергізму)

$$C(\omega, \alpha) = ((A_{\max} - A_{\min}) / A_{\min}) \cdot 100 \%, \quad (5.1)$$

за багатокоординатного вібронавантаження в режимі $\omega = Var$ і $\alpha = Var$. Тут $C(\omega, \alpha)$ – відносна міра різниці між максимальним A_{\max} і мінімальним A_{\min} значеннями АФЧХ абсолютних вібрацій центра мас об'єкта випробувань і його контрольних точок у заданих діапазонах зміни частоти випробувань ω і зсуву фаз α між координатними складовими вібрації корпусу виробу або платформи багатокомпонентного вібростенда в напрямку відповідних координат.

У роботі для об'єктів просторової структури, що експлуатуються в умовах багатокоординатної вібрації несучої конструкції (корпусу виробу), встановлено на базі двовимірних АФЧХ величини коефіцієнтів $C(\omega, \alpha)$ синергізму, проаналізовано характер їхнього поведіння за $\omega = Var$, $\alpha = Var$ в заданих межах, на підставі яких визначено, з погляду вірогідності стендових вібраційних випробувань, можливі сфери застосування однокоординатних і просторових вібростендів у задачах випробувань ОПС на вібронадійність.

Механічна схема аналізованого тривимірного об'єкта випробувань зображена на рисунку 5.2.

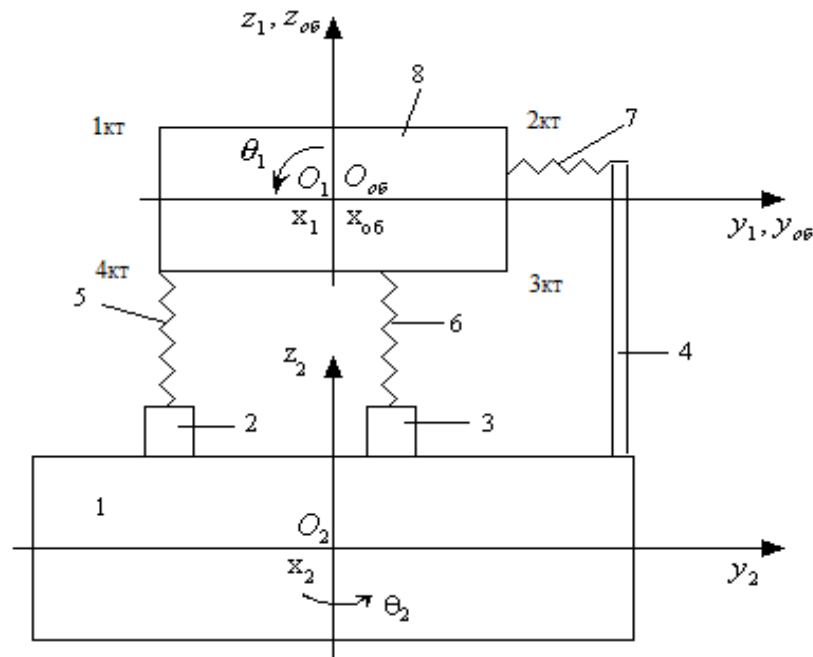


Рисунок 5.2 – Механічна схема об'єкта випробувань:

1 – корпус виробу; 2-4 – конструктивні елементи, що моделюють пристосування для кріплення об'єкта до корпусу; 5-7 – пружно-дисипативні елементи, що моделюють в ортогональних напрямках узагальнені деформаційні характеристики об'єкта і пристрою для закріплення об'єкта до корпусу виробу; 8 – конструктивний елемент, що моделює інерційні характеристики об'єкта; $O_{об}x_{об}y_{об}z_{об}$ – нерухома система координат; $O_1x_1y_1z_1$, $O_2x_2y_2z_2$ – рухомі, жорстко зв'язані з об'єктом і корпусом, системи координат; 1КТ, 2КТ, 3КТ, 4КТ – контрольні точки об'єкта випробувань

У межах визначеного завдання розрахункова схема об'єкта відображає основні риси реальної механічної системи, що впливають на оцінку її динамічної реакції, особливості зв'язаності коливань, є коректною і структурно достатньою, враховуючи двопараметричність аналізованих коефіцієнтів синергізму, а також двокоординатність певного кінематичного збудження [1 – 5, 8, 12].

Переміщення об'єкта визначене вектором $\bar{Q}_1 = [y_1, z_1, \theta_1]'$, а вібрації корпусу виробу – вектором $\bar{Q}_2 = [y_2, z_2, \theta_2]'$, де y_1 , z_1 , y_2 , z_2 , θ_1 , θ_2 – відповідно переміщення центра мас об'єкта і корпусу виробу в нерухомих системах координат, а також кути їхнього повороту навколо осей O_1x_1 і O_2x_2 .

У частотній області динамічна модель об'єкта випробувань за двокоординатних поступальних вібрацій корпусу виробу, з огляду на [7, 10], має такий вигляд:

$$\begin{aligned} W_1(j\omega) \cdot Q_1(j\omega) &= W_2(j\omega) \cdot Q_2(j\omega); \\ Q_{1КТ}(j\omega) &= W_3(j\omega) \cdot Q_1(j\omega), \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\text{де } W_1(j\omega) = \begin{bmatrix} W_{1y} & 0 & -W_{1y\theta} \\ 0 & W_{1z} & W_{1z\theta} \\ -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix}; \quad W_2(j\omega) = \begin{bmatrix} W_{2y} & 0 & -W_{2y\theta} \\ 0 & W_{2z} & W_{2z\theta} \\ -W_{2y\theta} & W_{2z\theta} & W_{2\theta} \end{bmatrix};$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} y_2 \\ z_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0,003 + j \cdot 0) \\ 0,003(\cos \alpha + j \cdot \sin \alpha) \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_{iKT} \\ 0 & 1 & y_{iKT} \end{bmatrix}; \quad Q_{iKT} = \begin{bmatrix} y_{iKT} \\ z_{iKT} \end{bmatrix}, \quad (i = \overline{1,4});$$

$$W_{1y} = c_7 - M\omega^2 + jb_7\omega; \quad W_{1z} = c_5 + c_6 - M\omega^2 + j(b_5 + b_6)\omega;$$

$$W_{2y} = c_7 + jb_7\omega; \quad W_{2z} = c_5 + c_6 + j(b_5 + b_6)\omega;$$

$$W_{1\theta} = c_5 y_5^2 + c_6 y_6^2 + c_7 z_7^2 - I\omega^2 + j(b_5 y_5^2 + b_6 y_6^2 + b_7 z_7^2)\omega;$$

$$W_{1y\theta} = W_{2y\theta} = W_{2y} z_7; \quad W_{1z\theta} = W_{2z\theta} = 0,5 W_{2z} (y_5 + y_6);$$

$$W_{2y\theta_2} = W_{2y} z_{7\text{корп}}; \quad W_{2z\theta_2} = 0,5 W_{2z} (y_{5\text{корп}} + y_{6\text{корп}});$$

$$W_{2\theta} = y_2 y_{5_{ei\partial i}} c_5 + y_6 y_{6_{ei\partial i}} c_6 + z_7 z_{7_{ei\partial i}} c_7 +$$

$$+ j(y_5 y_{5_{ei\partial i}} b_5 + y_6 y_{6_{ei\partial i}} b_6 + y_2 y_{5_{ei\partial i}} c_5 + z_7 z_{7_{ei\partial i}} b_7)\omega;$$

$y_5, y_6, z_7, y_{5_{ei\partial i}}, y_{6_{ei\partial i}}, z_{7_{ei\partial i}}$ – координати точок закріплення пружних елементів 5, 6, 7 схеми до об'єкта 8 і корпусу 1 у системах координат $O_1x_1y_1z_1, O_2x_2y_2z_2$; y_{iKT}, z_{iKT} – координати i -тої контрольної точки об'єкта в системі координат $O_1x_1y_1z_1$; $c_5, c_6, c_7, b_5, b_6, b_7$ – пружні та дисипативні параметри (коефіцієнти жорсткості і опору) елементів 5-7 відповідно; I – момент інерції об'єкта щодо осі O_1x_1 ; $j = \sqrt{-1}$.

Варто зазначити, що під час стендових випробувань на вібронадійність розглянутий варіант коливаний корпусу виробу реалізується платформою двокоординатного поступального вібростенда [1].

На рисунках 5.3-5.5 показано залежності $y_1(\omega, \alpha)$, $z_1(\omega, \alpha)$ і $\theta_1(\omega, \alpha)$ для центра мас конструктивного елементу об'єкта випробувань на рисунку 5.2 за $\omega = [0 - 300]$ рад/с; $\alpha = [0 - 2\pi]$ рад, $c_{jy} = c_{iz} = 12,5 \cdot 10^4$ кг/с², $b_{jy} = b_{iz} = 0,1 \cdot 10^2$ кг/с ($j=7, i=5,6$), $M = 16$ кг, $I = 0,2$ кг·м², $y_5 = -0,2$ м, $y_6 = 0,1$ м, $z_7 = 0,03$ м, $y_{5\text{корп}} = -0,2$ м, $y_{6\text{корп}} = 0,1$ м, $z_{7\text{корп}} = 0,38$ м.

Характеристики $y_{KT}(\omega, \alpha) = y_1(\omega, \alpha) - z_{KT}\theta_1(\omega, \alpha)$ для контрольних точок (К1, К2), (К3, К4), і $z_{KT}(\omega, \alpha) = z_1(\omega, \alpha) - y_{KT}\theta_1(\omega, \alpha)$ для контрольних точок (К1, К4), (К2, К3) наведені на рисунках 5.6-5.9 відповідно. Координати контрольних точок такі: 1_{КТ} (-0,2; 0,05)м; 2_{КТ} (0,2; 0,05)м; 3_{КТ} (0,2; -0,05)м; 4_{КТ} (-0,2; -0,05)м.

Отримані характеристики дозволяють визначити значення частот, зсувів фаз і амплітуд $\omega_{y_1\text{pez}}, \omega_{z_1\text{pez}}, \omega_{\theta_1\text{pez}}, \alpha_{y_1\text{pez}}, \alpha_{z_1\text{pez}}, \alpha_{\theta_1\text{pez}}, A_{y_1\text{max}}, A_{y_1\text{min}}, A_{z_1\text{max}}, A_{z_1\text{min}}, A_{\theta_1\text{max}}, A_{\theta_1\text{min}}, A_{y_1KT\text{max}}, A_{y_1KT\text{min}}, A_{z_1KT\text{max}}, A_{z_1KT\text{min}}$ (стрілки 1(max), 2(min)) на рисунках 5.3-5.9) АФЧХ об'єкта випробувань, а також параметри сигналів y_2, z_2 збудження платформи двокоординатного стенда поступальної

вібрації. Крім того, вони мають одночасно важливе теоретичне і прикладне значення стосовно до задачі випробувань на вібронадійність тривимірних ОПС аналізованої механічної системи у випадку їх однокоординатного (по черзі горизонтального і вертикального) і двокоординатного кінематичного вібронавантаження. Їхній аналіз дозволяє встановити характер і оцінити параметри взаємопідсилювальної або взаємопослаблювальної дії багатокоординатної вібрації.

Наприклад, із рисунка 5.5 випливає, що коефіцієнт синергізму $C_{\theta_1} = (A_{\theta_1 \max} - A_{\theta_1 \min}) \cdot 100\% / A_{\theta_1 \min}$ двокоординатного вібронавантаження для координати θ на частоті власних резонансних коливань $\omega_{\theta_1 \text{рез}} = 260$ рад/с, з огляду на значення амплітуд $A_{\theta_1}(\omega_{\theta_1 \text{рез}} = 260 \text{ рад/с; } \alpha_{\theta_1} = 3,14 \text{ рад}) = 0,065 \text{ рад}$ і $A_{\theta_1}(\omega_{\theta_1 \text{рез}} = 260 \text{ рад/с; } \alpha_{\theta_1 \text{рез}} = 6,28 \text{ рад}) = 0,1 \text{ рад}$, складає $C_{\theta_1}(\omega_{\theta_1 \text{рез}} = 260 \text{ рад/с; } \alpha = (0 \div 6,28) \text{ рад}) = 53,8 \%$.

Спостерігається також залежність дії параметрів, що посилюється взаємно, просторової вібрації від координат контрольної точки: наприклад, із рисунка 5.3 (центр мас конструктивного елемента) і 5.6 (контрольні точки 1,2) одержимо:

$$\begin{aligned} A_{y_1}(\omega_{y_1 \text{рез}} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 3,246 \text{ рад}) &= A_{y_1 \min} = 44,077 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ A_{y_1}(\omega_{y_1 \text{рез}} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 0,105 \text{ рад}) &= A_{y_1 \max} = 54,75 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ C_{y_1} &= 24,21 \%; \\ A_{y_1 KT}(\omega_{y_1 KT} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 3,351 \text{ рад}) &= A_{y_1 KT \min} = 41,4127 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ A_{y_1 KT}(\omega_{y_1 KT} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 0,209 \text{ рад}) &= A_{y_1 KT \max} = 52,07 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ C_{y_1 KT} &= 25,74 \%, \end{aligned}$$

а з рисунка 5.4 (центр мас конструктивного елемента) і 5.8 (контрольні точки 1,4) отримаємо:

$$\begin{aligned} A_{z_1}(\omega_{z_1 \text{рез}} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 6,283 \text{ рад}) &= A_{z_1 \min} = 33,0238 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ A_{z_1}(\omega_{z_1 \text{рез}} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 3,142 \text{ рад}) &= A_{z_1 \max} = 43,9484 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ C_{z_1} &= 33,08 \%; \\ A_{z_1 KT}(\omega_{z_1 KT} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 5,445 \text{ рад}) &= A_{z_1 KT \min} = 13,8177 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ A_{z_1 KT}(\omega_{z_1 KT} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 2,304 \text{ рад}) &= A_{z_1 KT \max} = 17,4912 \cdot 10^{-2} \text{ м;} \\ C_{z_1 KT} &= 26,58 \%. \end{aligned}$$

На рисунках 5.6-5.9 наведені однойменні залежності $y_{1KT}(\omega, \alpha)$, $z_{1KT}(\omega, \alpha)$, побудовані для контрольних точок (1, 2), (3, 4), а також (1, 4) і (2, 3) об'єкта випробувань відповідно. Аналіз графіків АФЧХ показує, що під час випробувань тривимірних об'єктів на двокоординатному вібростенді спостерігається залежність розмаху параметрів девіації показників синергізму C_{y1KT} , C_{z1KT} від координат контрольної точки на конструктивному елементі об'єкта випробувань.

Із наведених на рисунках 5.6-5.7 характеристик одержимо:

$$A_{y_1KT}(\omega_{z_1KT} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 3,351 \text{ рад}) = A_{y_1 \min} = 37,63 \cdot 10^{-2} \text{ м;}$$

$$A_{y_1KT}(\omega_{z_1KT} = 125 \text{ рад/с; } \alpha = 6,28 \text{ рад}) = A_{y_1 \max} = 49,17 \cdot 10^{-2} \text{ м;}$$

$$C_{y_1KT} = 30,67 \% ;$$

з рисунків 5.8-5.9:

$$A_{z_1KT}(\omega_{z_1KT} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 5,44 \text{ рад}) = A_{z_1KT \min} = 13,69 \cdot 10^{-2} \text{ м;}$$

$$A_{z_1KT}(\omega_{z_1KT} = 160 \text{ рад/с; } \alpha = 3,335 \text{ рад}) = A_{z_1KT \max} = 71,21 \cdot 10^{-2} \text{ м;}$$

$$C_{z_1KT} = 420,16 \% .$$

Випробування ОПС на вібронадійність за детермінованого, полігармонійного або випадкового однокоординатного віброзбудження (наприклад, лише на вертикальному або горизонтальному стендах) призводять унаслідок прояву ефекту синергізму до недостовірних оцінок параметрів вібраційної активності об'єктів, враховуючи, що в умовах експлуатації можливість виникнення на частотах $\omega_{y_1 \text{рез}}, \omega_{z_1 \text{рез}}, \omega_{\theta_1 \text{рез}}$ будь-якого із значень параметра α у діапазоні $[0 - 2\pi]$ рад є $[9, 13]$ рівноімовірною.

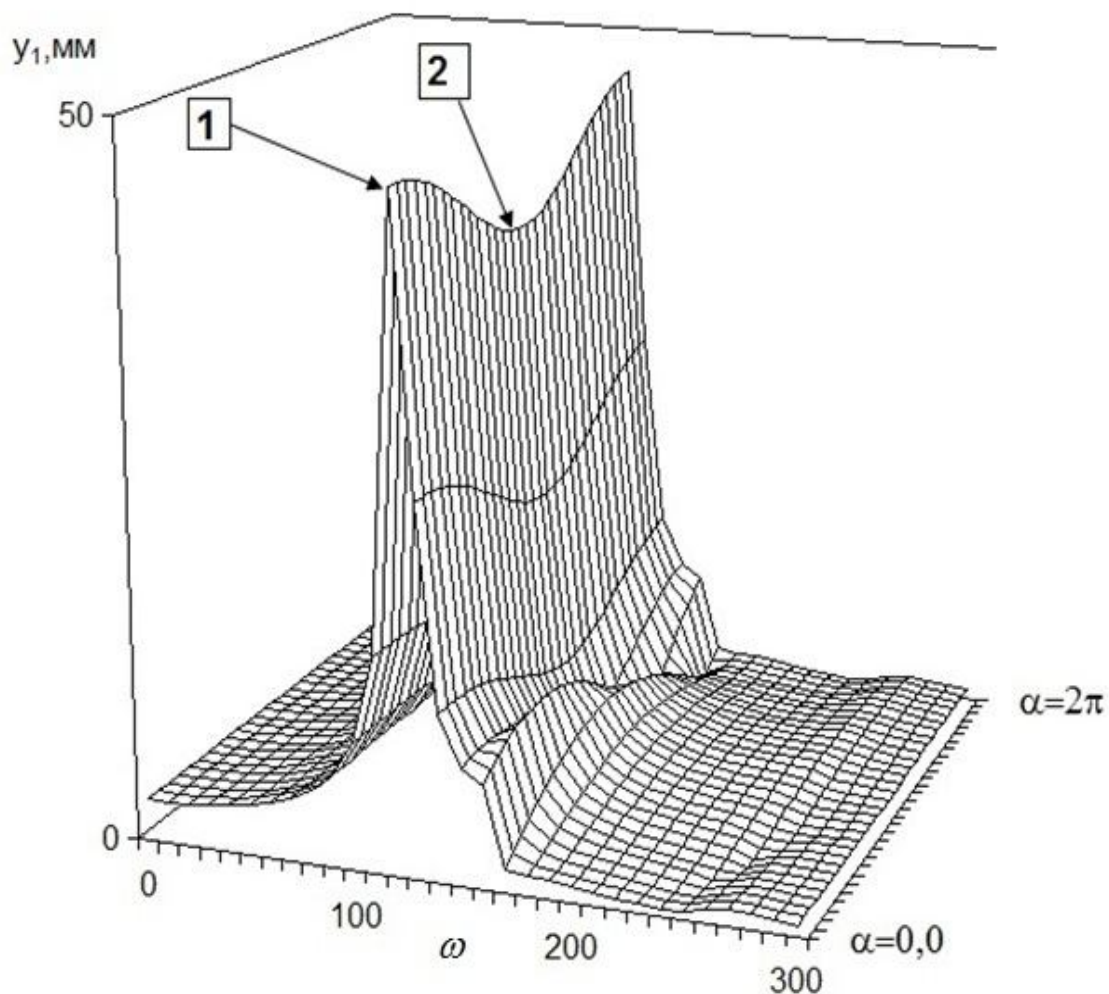


Рисунок 5.3 – Характеристика $y_1(\omega, \alpha)$, $\omega = [0 - 300]$ рад/с, $\alpha = [0 - 2\pi]$ рад

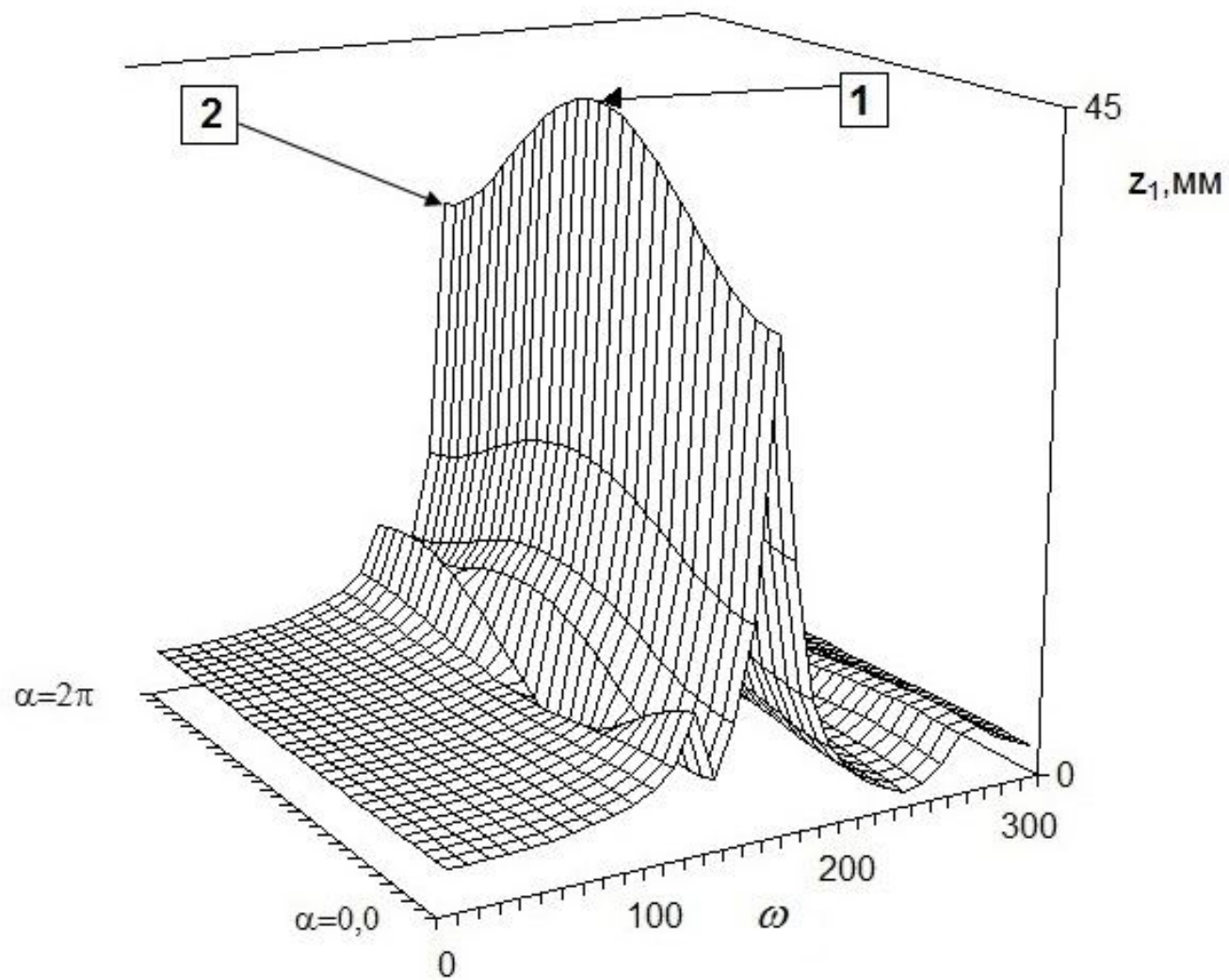


Рисунок 5.4 – Характеристика $z_1(\omega, \alpha)$, $\omega = [0 - 300]$ рад/с, $\alpha = [0 - 2\pi]$ рад

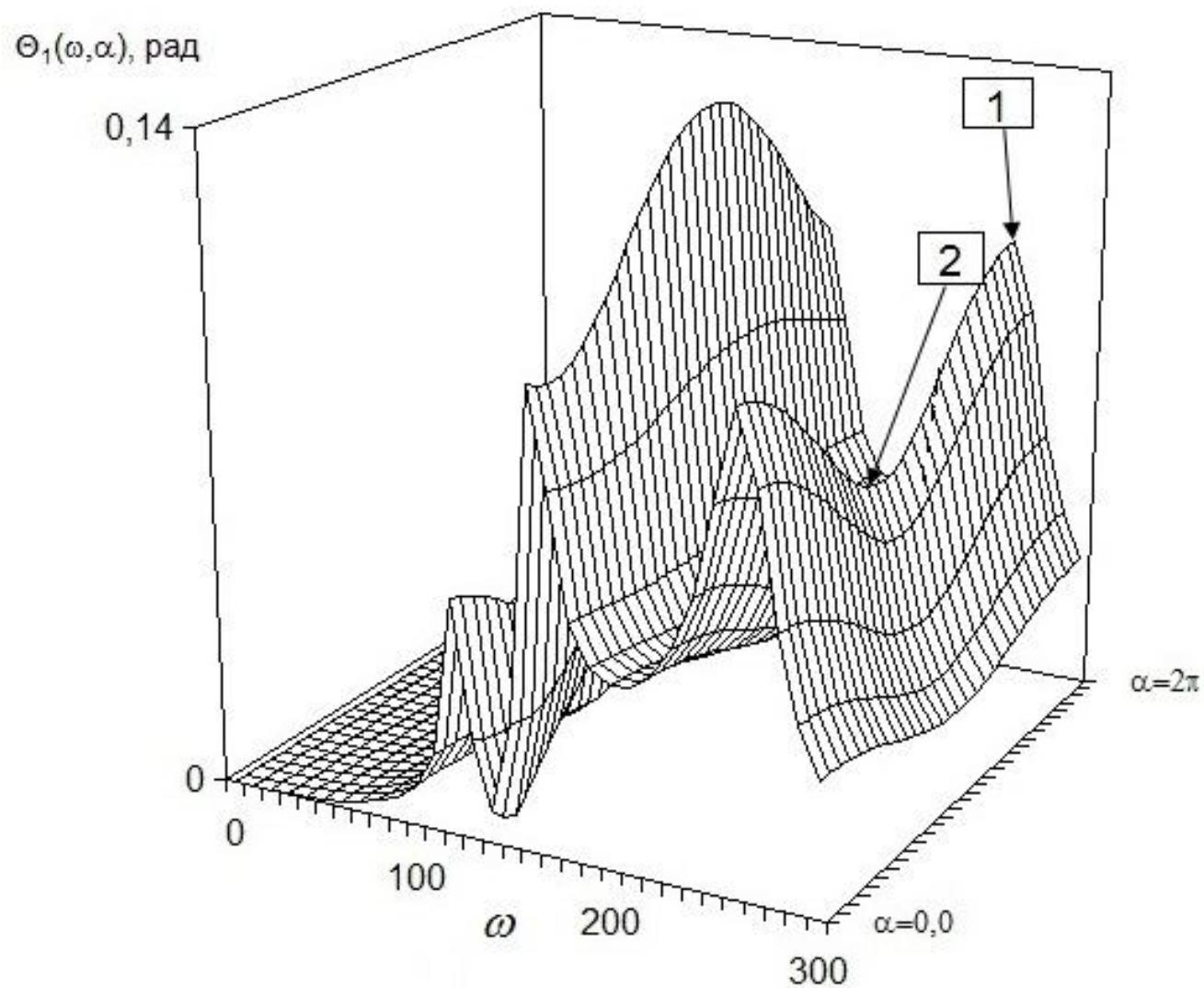


Рисунок 5.5 – Характеристика $\theta_1(\omega, \alpha)$, $\omega = [0 - 300]$ рад/с, $\alpha = [0 - 2\pi]$ рад

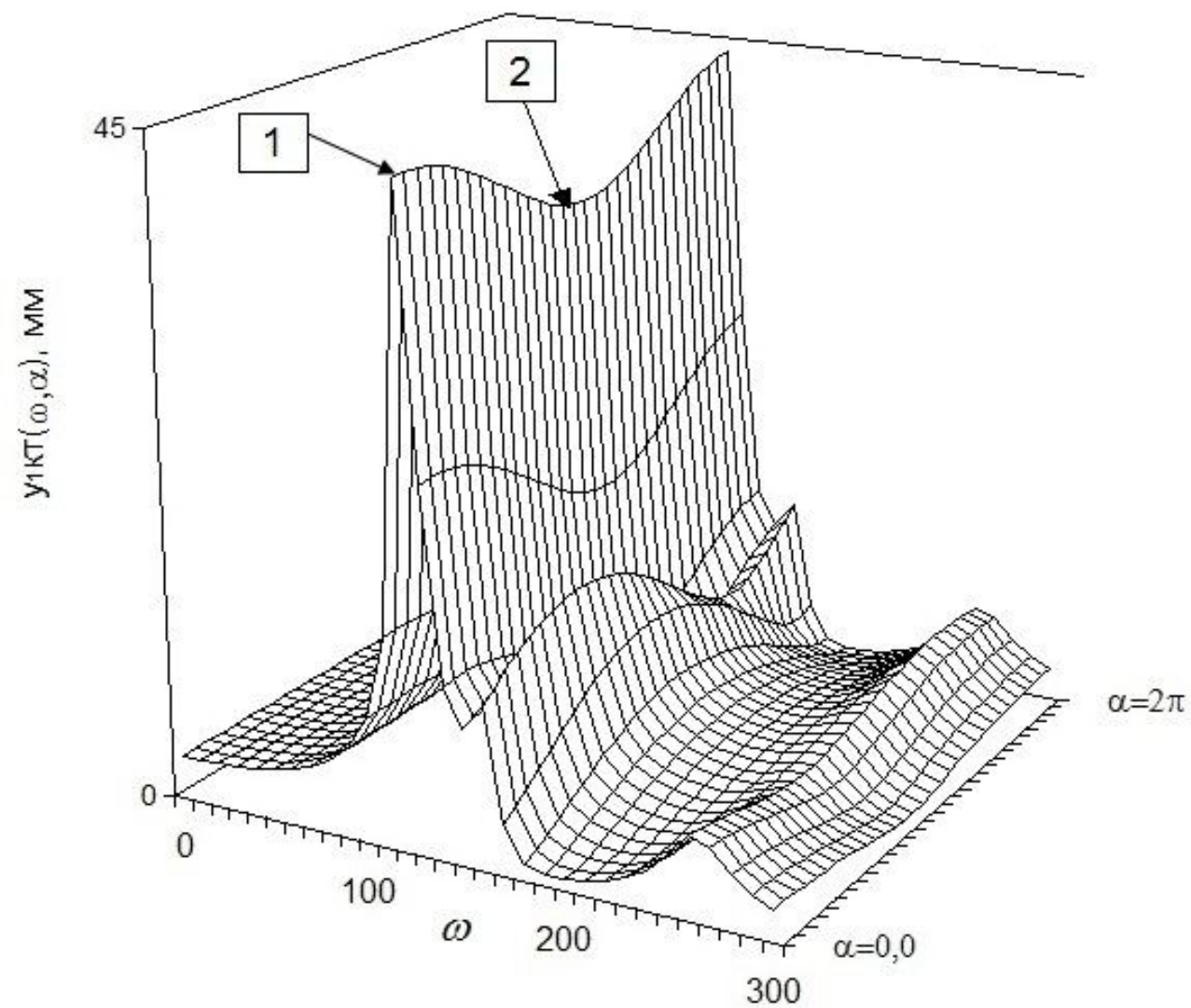


Рисунок 5.6 – Характеристика $y_{1KT}(\omega, \alpha)$ для контрольных точек 1 і 2

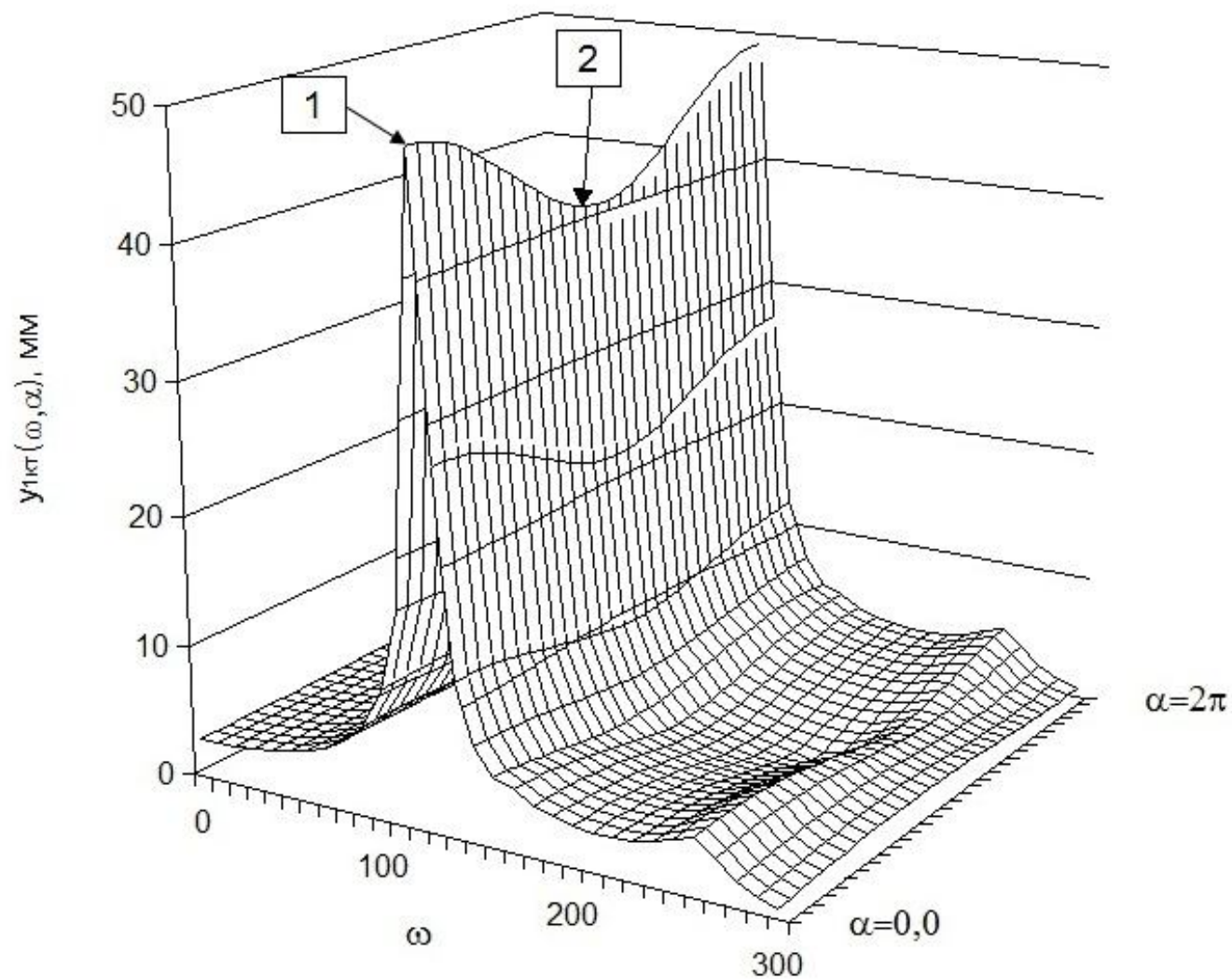


Рисунок 5.7 – Характеристика $y_{1KT}(\omega, \alpha)$ для контрольных точек 3 і 4

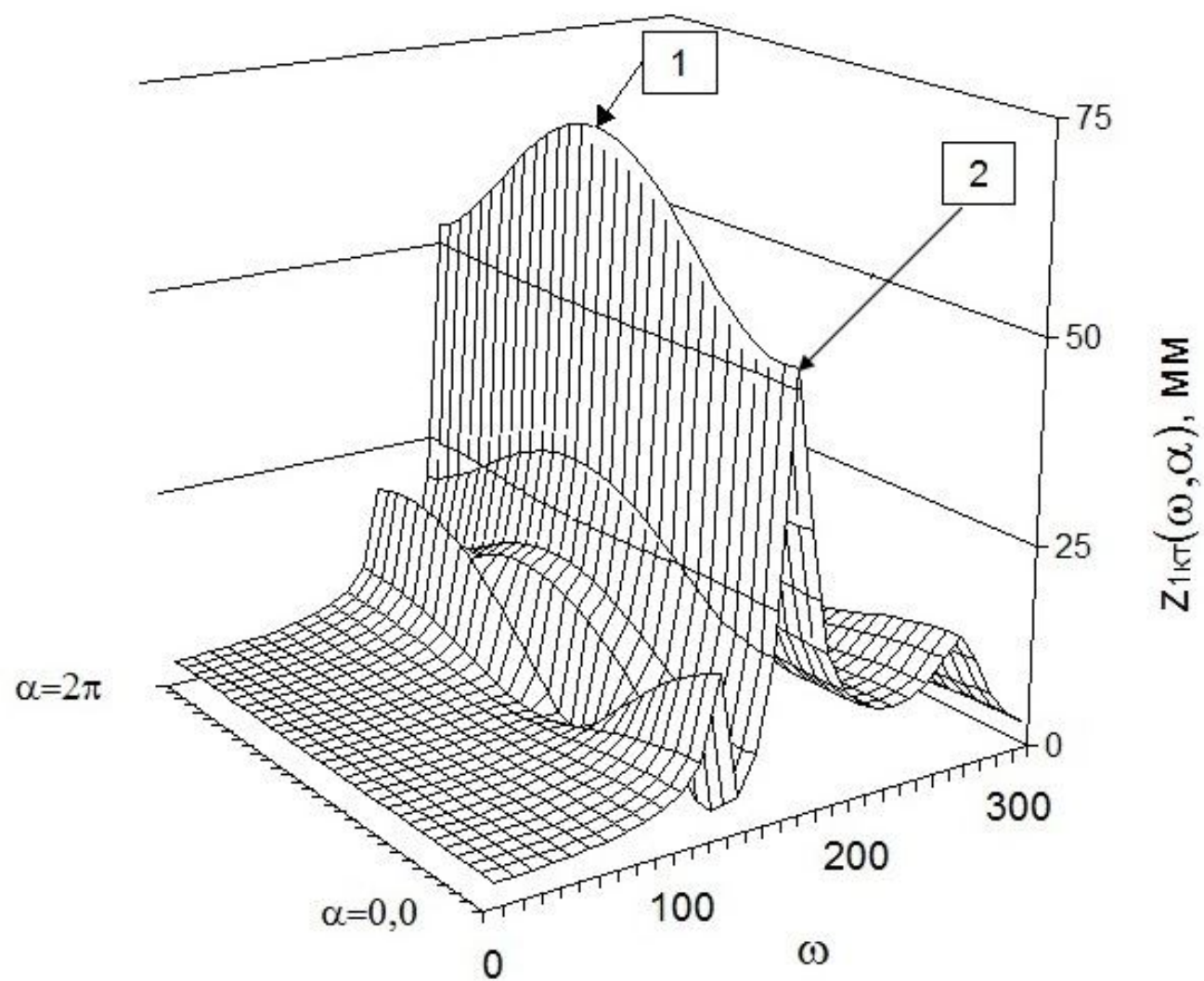


Рисунок 5.8 – Характеристика $z_{1KT}(\omega, \alpha)$ для контрольных точек 1 і 4

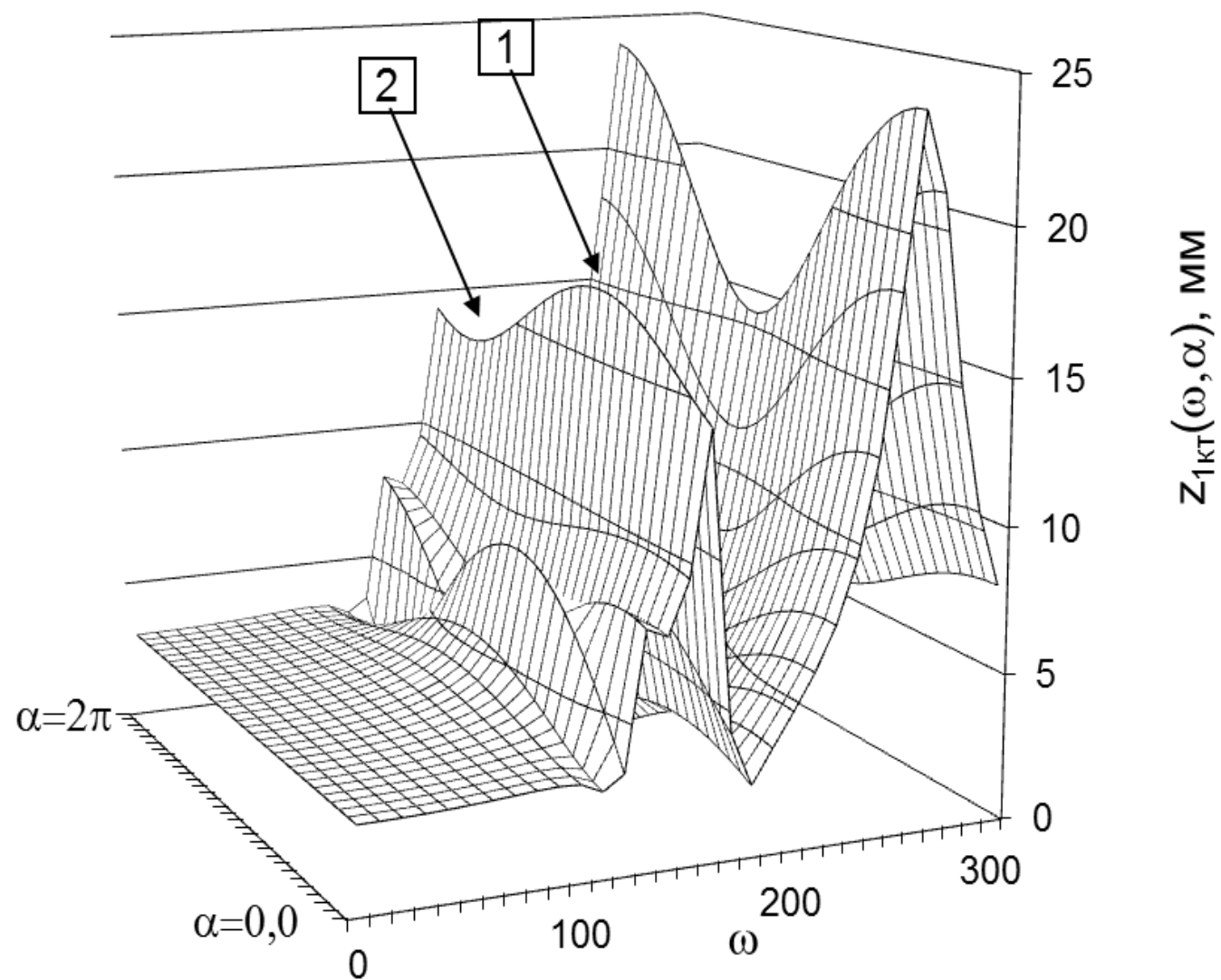


Рисунок 5.9 – Характеристика $z_{1KT}(\omega, \alpha)$ для контрольных точек 2 і 3

Дані експерименту доводять, що стендові випробування об'єктів просторової структури на вібронадійність можуть бути зараховані до категорії достовірних і коректних, тільки у випадку застосування многокоординатних поступальних, поступально-кутових вібростендів, розробка і впровадження яких належать до актуальних завдань сучасної випробувальної техніки [1, 11 – 20].

Значущість проведених у роботі теоретичних і експериментальних досліджень у сфері вібронадійності, динаміки та міцності машин, а також прикладної механіки, складається у встановлених за допомогою коефіцієнтів синергізму особливостях кількісного та якісного прояву синергетичного ефекту стосовно об'єктів просторової структури в умовах просторової експлуатаційної вібрації несучої конструкції.

Практичне значення отриманих результатів виявляється при розв'язанні задач вібростійкості, віброміцності і вібродіагностики ОПС, призначених для експлуатації в умовах дії зовнішньої просторової вібрації, а також при синтезі їх конструктивних схем.

5.2 Дослідження параметрів синергізму ОПС на базі двопараметричних амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик

Цей розділ роботи присвячено чисельному аналізу параметрів синергетичного ефекту, формалізованого за допомогою двопараметричних амплітудно-шпаруватісно-часових характеристик (АШЧХ) ОПС через абсолютні вібрації центра мас несучої конструкції (корпусу виробу), а також самого об'єкта і його заданих контрольних точок.

В основу досліджень покладені фундаментальні рівняння коливань ОПС у часовій області, отримані в операторній і далі в нормальній формах [8 – 10]. При цьому функціональні залежності параметрів коливань об'єкта від параметрів зовнішнього кінематичного впливу проаналізовані з використанням теорем екстремальності [7, 10, 16].

Як міра синергетичної дії параметрів двокоординатного ударного вантаження на динамічний стан ОПС прийняті коефіцієнти синергізму:

$$K_{S_y} = \frac{\max y - \max y^*}{\max y^*} \cdot 100 \% ; \quad K_{S_z} = \frac{\max z - \max z^*}{\max z^*} \cdot 100 \% ;$$

$$K_{S_\theta} = \frac{\max \theta - \max \theta^*}{\max \theta^*} \cdot 100 \% ; \quad K_{S_r} = \frac{\max r - \max r^*}{\max r^*} \cdot 100 \% , \quad (5.3)$$

де $\max y, \max z, \max \theta, \max r$ – максимальні значення функцій $\max_t |y(t, T, \tau)| = f_1(T, \tau)$, $\max_t |z(t, T, \tau)| = f_2(T, \tau)$, $\max_t |\theta(t, T, \tau)| = f_3(T, \tau)$, $\max_t |r_{K1,2}(t, T, \tau)| = f_4(T, \tau)$; r – радіус-вектор відхилень контрольних точок об'єкта випробувань від їх положення в стані статичної рівноваги об'єкта; τ, T – тривалість і міжкоординатне часове запізнювання ударних впливів. Тут величини $\max y^*, \max z^*, \max \theta^*, \max r^*$ розраховуються по виразах $\max(y = f_1(5,1))$, $\max(z = f_2(5,1))$, $\max(\theta = f_3(5,1))$, $\max(r = f_4(5,1))$. Крім цього

як параметри $\max x^* (x = y, z, \theta, r)$ приймаються максимальні значення підмодульної функції у варіанті, коли ОПС встигає прийти в стан рівноваги до приходу подальших ударних впливів. Для проаналізованого в роботі механічного об'єкта експериментально встановлено, що це спостерігається за величин $\tau = 1$ с та $T = 5$ с. Коефіцієнти синергізму $Ks_i(T, \tau)$ ($i = y, z, \theta, r$) під час дії вказаних збурювань дорівнюють нулю.

Перевагою розглянутих двовимірних АШЧХ перед одновимірними амплітудно-шпаруватісними і амплітудно-часовими характеристиками є їхня абсолютна інформативність до наступних базових характеристик механічних коливальних систем [1 – 7, 16]: кількості резонансних піків при $\tau = Var$ і $T = Var$; величинам показників синергетичного ефекту (коефіцієнтів синергізму $Ks_i(T, \tau)$).

У роботі на базі двовимірних АШЧХ встановлені й проаналізовані кількісні та якісні характеристики поведінки коефіцієнтів синергізму (5.3) при зміні параметрів τ, T двокоординатної ударної кінематичної дії $V_{y_1}, V_{y_2}, V_{z_1}, V_{z_2}$ прямокутної форми у двох варіантах збудження об'єкта досліджень, показаних на рисунках 5.10, а, б, де A – амплітуда імпульсів.

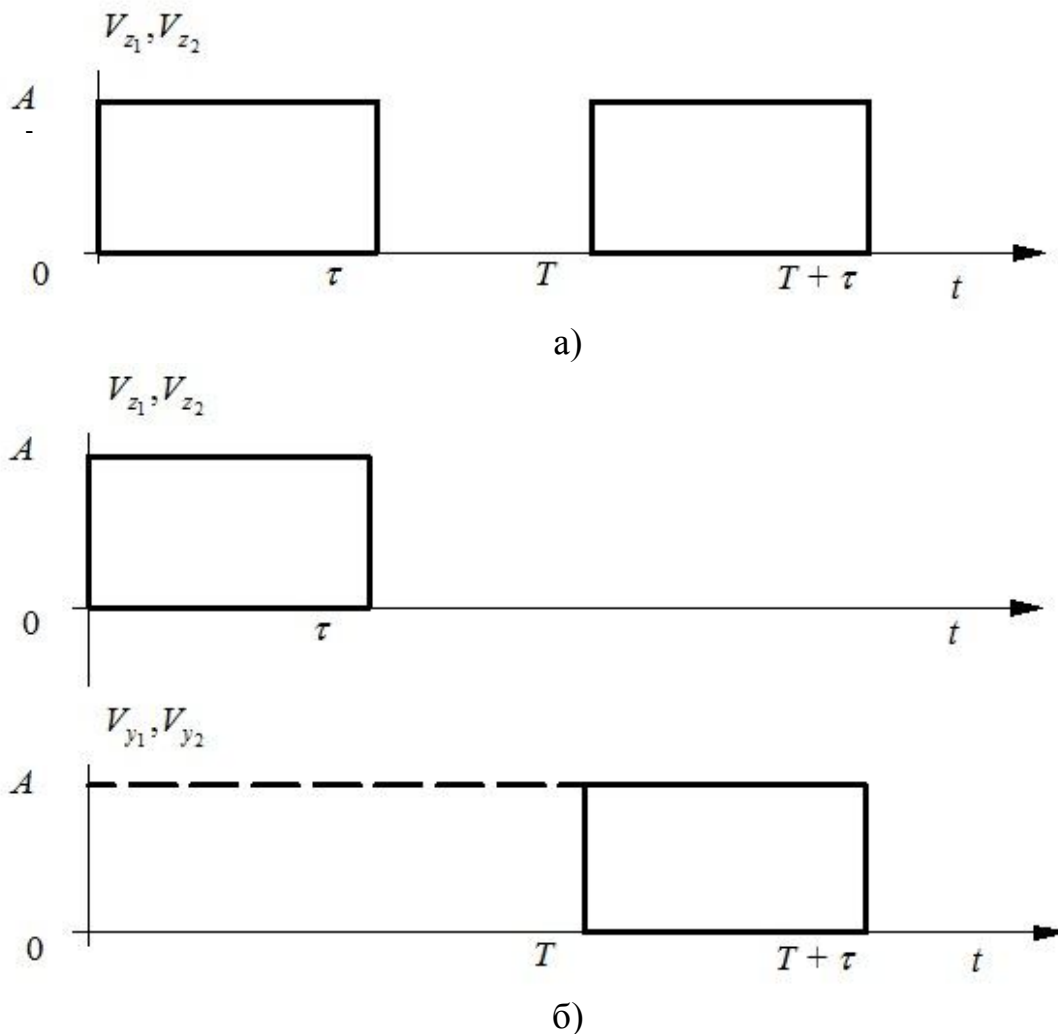


Рисунок 5.10 – Форма ударних впливів: а) – у напрямку координати z ;
б) – у напрямку координат $z - y$

У першому варіанті збудження об'єкта випробувань двокоординатне ударне кінематичне навантаження формалізовано вертикальними ударними впливами прямокутної форми (рис. 5.10, а) у вигляді

$$V_{y_1}(t) = V_{y_2}(t) = 0; V_{z_1}(t) = \begin{cases} A, t \in [0, \tau] \\ 0, t \in (\tau, +\infty) \end{cases}; V_{z_2}(t) = \begin{cases} 0, t \in (0, \tau) \cup (T + \tau, +\infty) \\ A, t \in [T, T + \tau] \end{cases}. \quad (5.4)$$

У другому варіанті (рис. 5.10, б) кінематичне збудження на об'єкт випробувань формалізовано двокоординатним ударним впливом виду

$$V_{z_1}(t) = V_{z_2}(t) = \begin{cases} A, t \in [0, \tau] \\ 0, t \in (\tau, +\infty) \end{cases}, V_{y_1}(t) = V_{y_2}(t) = \begin{cases} 0, t \in (0, T) \cup (T + \tau, +\infty) \\ A, t \in [T, T + \tau] \end{cases}. \quad (5.5)$$

Механічна схема тривимірного об'єкта випробувань, що проаналізовано в роботі, зображена на рисунку 5.11.

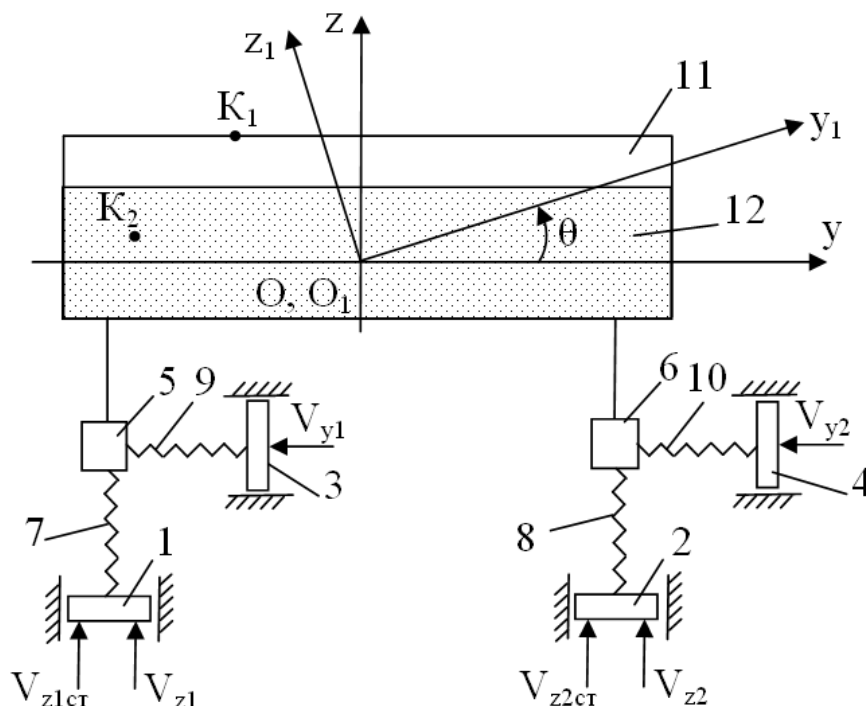


Рисунок 5.11 – Механічна схема об'єкта випробувань:

1-4 конструктивні елементи, що моделюють конструкцію (корпус) несучого виробу; 5, 6 – деталі зчленування об'єкта з корпусом виробу; 7-10 – пружно-дисипативні елементи, що моделюють узагальнені деформаційні характеристики підвіски об'єкта в ортогональних напрямках [1 – 6]; 11 – базовий конструктивний елемент масою m_b , що моделює інерційні властивості об'єкта; 12 – інерційний адитивний елемент масою m_a ; V_{z1cT} , V_{z2cT} – вертикальні монтажні переміщення конструктивних елементів 1, 2, що забезпечують статичну рівновагу об'єкта [3, 5, 6, 16]; Oyz , $O_1y_1z_1$ – відповідно нерухома і рухома системи координат, полюси яких в положенні статичної рівноваги об'єкта збігаються

У роботі ОПС, для зручності аналізу й інтерпретації результатів та надання результатам досліджень узагальнювального прикладного значення також представлений у вигляді сукупності базового інерційного елемента 11 і

інерційного адитивного елемента I_2 , який вкладається в базовий, надаючи ОПС властивості параметричної нерегулярності динамічної моделі [8 – 10]. В окремому випадку наведено на рисунку 5.11 схема об'єкта досліджень моделює навісні агрегати авіаційної, космічної і сейсмосахисної техніки, а також екіпажі рейкового й автомобільного транспорту [1 – 6, 16, 20, 26]. Наприклад, стосовно авіаційної техніки – це коли в процесі польоту об'єкта навісний агрегат примусово відділяється від корпусу виробу, а в транспортній техніці – це коли під час руху об'єкта по маршруту змінюється завантаження вагону. Разом із тим, зрозуміло, відбувається зміна масових характеристик об'єкта, його моментів інерції, а також координат точок закріплення пружно-дисипативних елементів та ін. Ця якість об'єктів техніки в експлуатації у цій монографії визначена як властивість параметричної нерегулярності динамічної моделі об'єкта досліджень.

У результаті заданих ударних впливів $V_{y_1}, V_{y_2}, V_{z_1}, V_{z_2}$ конструктивних елементів 1-4 конструкції несучого виробу, об'єкт досліджень здійснює тривимірні коливання в площині yOz . Він має три ступеня вільності: можливість переміщуватися у напрямі осей Oy і Oz , а також обертатися довкола точки O_1 (центра мас).

Ці ударні дії на практиці призводять до відмов реальних об'єктів по стійкості функціонування і міцності, особливо у випадках, коли вони виявляються періодично [1 – 6, 16]. У межах визначеного завдання розрахункова схема об'єкта відображає основні риси реальної механічної системи, що впливають на оцінку її динамічної реакції, особливості зв'язаності коливань, є коректною і структурно достатньою, враховуючи двопараметричність аналізованих коефіцієнтів синергізму, а також двокоординатність цього кінематичного ударного збудження [16].

У часовій області динамічна модель об'єкта за двокоординатного ударного вантаження вигляду (5.4), (5.5), враховуючи [1 – 6, 10], має вигляд

$$W \cdot Q_1 = Q_2, \quad (5.6)$$

де $Q_1 = [y, z, \theta]$ – вектор лінійних і кутових переміщень об'єкта спільно з центром мас і довкола нього; $Q_2 = [q_1, q_2, q_3]$ – вектор вхідних впливів;

$$q_1(t) = (b_y \cdot P + c_y) \cdot V_{y_2}(t);$$

$$q_2(t) = \frac{1}{2} b_z \cdot P \cdot (V_{z_1}(t) + V_{z_2}(t)) + c_{1z} V_{z_1}(t) + c_{2z} V_{z_2}(t);$$

$$q_3(t) = \frac{1}{2} b_z \cdot P \cdot (y_{11} \cdot V_{z_1}(t) + y_{12} \cdot V_{z_2}(t)) + c_{1z} y_{11} \cdot V_{z_1}(t) + c_{2z} y_{12} \cdot V_{z_2}(t) - (b_y \cdot P + c_y) \cdot z_{13} \cdot V_{y_2}(t);$$

$$W = \begin{pmatrix} W_y & 0 & -W_{y\theta} \\ 0 & W_z & W_{z\theta} \\ -W_{y\theta} & W_{z\theta} & W_\theta \end{pmatrix} - \text{матриця передавальних функцій об'єкта}$$

досліджень;

$$\begin{aligned}
W_y &= M \cdot P^2 + b_y \cdot P + c_y; \quad W_z = M \cdot P^2 + b_z \cdot P + c_{1z} + c_{2z}; \\
W_\theta &= I_c \cdot P^2 + (b_y \cdot P + c_y) \cdot z_{13}^2 + \frac{1}{2} b_z \cdot P \cdot (y_{11}^2 + y_{12}^2) + c_{1z} y_{11}^2 + c_{2z} y_{12}^2; \\
W_{y\theta} &= (b_y \cdot P + c_y) \cdot z_{13}; \quad W_{z\theta} = \frac{1}{2} b_z \cdot P \cdot (y_{11} + y_{12}) + c_{1z} y_{11} + c_{2z} y_{12};
\end{aligned}$$

$M = m_\delta + m_a$ – маса узагальненого інерційного елементу; $P = \frac{d}{dt}$ – оператор диференціювання; c_y, b_y – сумарні коефіцієнти жорсткості й опору паралельних осі Oy пружно-дисипативних елементів 9, 10 на рисунку 5.11 механічної схеми об'єкта; b_z – сумарні коефіцієнти опору паралельних осі Oz пружно-дисипативних елементів 7,8; c_{1z}, c_{2z} – коефіцієнти жорсткості паралельних осі Oy пружно-дисипативних елементів 7,8 відповідно; I_c – момент інерції об'єкта відносно осі, що проходить через його центр мас; z_{13}, y_{11}, y_{12} – координати точок закріплення пружних елементів.

5.2.1 Визначення механічних й геометричних характеристик об'єкта досліджень із огляду на інерційні параметри адитивного елемента

У роботі досліджено й проаналізовано параметри синергетичного ефекту для трьох типів об'єкта досліджень із огляду на такі характеристики адитивного елемента, що надає властивість параметричної нерегулярності його динамічної моделі: перший тип ОПС – $m_a = 0$ кг; другий тип ОПС – $m_a = 8\,050$ кг; третій тип ОПС – $m_a = 13\,510$ кг.

Визначимо механічні й геометричні характеристики об'єкта досліджень із огляду на типи ОПС.

Перший тип завантаження ОПС: координати центра мас C_δ базового інерційного елемента 11 (0 м; 0,57 м); координати контрольних точок: K_1 (–3,2 м; 2,0 м), K_2 (–6,0 м; 0,5 м); координати точок закріплення елементів 7,9 (–3,2 м; –1,12 м), 8,10 (3,2 м; –1,12 м), $y_{11} = -3,2$ м, $y_{12} = 3,2$ м, $z_{13} = -1,12$ м; момент інерції базового елемента $I_{ca} = 252\,692,67$ кг·м² відносно власного центра мас C_δ ; маса базового елемента $m_\delta = 17\,000$ кг, маса адитивного елемента $m_a = 0$ кг; маса узагальненого інерційного елемента ОПС $M = m_\delta + m_a = 17\,000$ кг; момент інерції узагальненого елемента ОПС $I_c = I_{ca} + I_{ca} = 252\,692,67$ кг·м²; координати центра мас (C_{1y} ; C_{1z}) узагальненого інерційного елемента ОПС (0 м; 0,57 м).

Другий тип завантаження ОПС: координати центра мас (C_{ay} ; C_{az}) адитивного інерційного елемента C_a (0 м; 0,8 м); координати центра мас (C_{2y} ; C_{2z}) узагальненого інерційного елемента ОПС:

$$\begin{aligned}
C_{2y} &= \frac{m_\delta C_{\delta y} + m_a C_{ay}}{m_\delta + m_a} = 0 \text{ м}; \\
C_{2z} &= \frac{m_\delta C_{\delta z} + m_a C_{az}}{\delta_a + \delta_a} = \frac{17\,000 \cdot 0,57 + 8\,050 \cdot 0,8}{25\,050} = 0,64 \text{ м},
\end{aligned}$$

де маса адитивного елемента $m_a = 8\,050$ кг; координати контрольних точок:

$$\begin{aligned}K_{1y} &= -3,2 + (C_{1y} + C_{2y}) = -3,2 - 0 = -3,2 \text{ м}; \\K_{1z} &= 2,0 + (C_{1z} - C_{2z}) = 2,0 - 0,07 = 1,93 \text{ м}; \\K_{2y} &= -6,0 + (C_{1y} - C_{2y}) = -6,0 - 0 = -6,0 \text{ м}; \\K_{2z} &= 0,5 + (C_{1z} - C_{2z}) = 0,5 - 0,07 = 0,43 \text{ м},\end{aligned}$$

координати точок закріплення елементів 7,9 $(-3,2 \text{ м}; -1,19 \text{ м})$, 8,10 $(3,2 \text{ м}; -1,19 \text{ м})$, де $y_{11} = -3,2 + (C_{1y} - C_{2y}) = -3,2 - 0 = -3,2 \text{ м}$; $y_{12} = 3,2 + (C_{1y} - C_{2y}) = 3,2 - 0 = 3,2 \text{ м}$; $z_{13} = -1,12 + (C_{1z} - C_{2z}) = -1,12 - 0,07 = -1,19 \text{ м}$; маса узагальненого інерційного елемента ОПС $M = m_{\delta} + m_a = 17500 + 8050 = 25500$ кг; момент інерції адитивного елемента відносно власного центра масс

$$I_{ec} = \frac{m_{\delta}(a^2 + b^2)}{12} = \frac{8050 \cdot (144 + 2,56)}{12} = 98317,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

де $a = 12 \text{ м}$, $b = 1,6 \text{ м}$ – довжина та висота адитивного елемента 12; момент інерції узагальненого елемента ОПС за формулою Гюйгенса – Штейнера [3, 4, 26]

$$\begin{aligned}I_c &= I_{ca} + m_a(C_{cz} - C_{2z})^2 + I_{\delta} + m_{\delta}(C_{1z} - C_{2z})^2 = \\&= 98317,3 + 8050 \cdot (0,8 - 0,64)^2 + 252692,67 + 17000 \cdot (0,57 - 0,64)^2 = \\&= 98317,3 + 193,2 + 252692,67 + 92,82 = 351295,99 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.\end{aligned}$$

Третій тип завантаження ОПС: координати центра мас $(C_{ay}; C_{az})$ адитивного інерційного елемента C_a $(0 \text{ м}; 0,8 \text{ м})$; координати центра мас $(C_{2y}; C_{2z})$ узагальненого інерційного елемента ОПС:

$$\begin{aligned}C_{3y} &= \frac{m_{\delta}C_{\delta y} + m_a C_{ay}}{m_{\delta} + m_a} = 0 \text{ м}; \\C_{3z} &= \frac{m_{\delta}C_{\delta z} + m_a C_{az}}{m_{\delta} + m_a} = \frac{17000 \cdot 0,57 + 13510 \cdot 0,8}{30510} = 0,67 \text{ м},\end{aligned}$$

де маса адитивного елемента $m_a = 13510$ кг; координати контрольних точок:

$$\begin{aligned}K_{1y} &= -3,2 + (C_{1y} + C_{3y}) = -3,2 - 0 = -3,2 \text{ м}; \\K_{1z} &= 2,0 + (C_{1z} - C_{3z}) = 2,0 - 0,1 = 1,9 \text{ м}; \\K_{2y} &= -6,0 + (C_{1y} - C_{3y}) = -6,0 - 0 = -6,0 \text{ м}; \\K_{2z} &= 0,5 + (C_{1z} - C_{3z}) = 0,5 - 0,1 = 0,4 \text{ м},\end{aligned}$$

координати точок закріплення елементів 7,9 $(-3,2 \text{ м}; -1,22 \text{ м})$, 8,10 $(3,2 \text{ м}; -1,22 \text{ м})$, де $y_{11} = -3,2 + (C_{1y} - C_{3y}) = -3,2 - 0 = -3,2 \text{ м}$; $y_{12} = 3,2 + (C_{1y} - C_{3y}) = 3,2 - 0 = 3,2 \text{ м}$; $z_{13} = -1,12 + (C_{1z} - C_{3z}) = -1,12 - 0,1 = -1,22 \text{ м}$; маса узагальненого інерційного елемента ОПС $M = m_{\delta} + m_a = 17500 + 13510 = 30510$ кг; момент інерції адитивного елемента відносно власного центра масс

$$I_{ec} = \frac{m_{\bar{o}}(a^2 + b^2)}{12} = \frac{13510 \cdot (144 + 2,56)}{12} = 165002,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

де $a = 12$ м, $b = 1,6$ м – довжина та висота адитивного елемента 12; момент інерції узагальненого елемента ОПС за формулою Гюйгенса – Штейнера

$$\begin{aligned} I_c &= I_{ca} + m_a(C_{cz} - C_{3z})^2 + I_{\bar{o}} + m_{\bar{o}}(C_{1z} - C_{3z})^2 = \\ &= 165002,1 + 13510 \cdot (0,8 - 0,67)^2 + 252692,67 + 17000 \cdot (0,57 - 0,64)^2 = \\ &= 165002,1 + 228,319 + 252692,67 + 170 = 418093,089 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Особливістю виконаних досліджень також є те, що в розрахунках прийнято: амплітуда ударних впливів $A = 4 \cdot 10^{-3}$ м; сумарні значення коефіцієнтів опору елементів 7,8 $b_y = 24 \cdot 10^3$ Н·с/м та 9,10 $b_z = 24 \cdot 10^3$ Н·с/м; тип характеристик жорсткості елементів 7,8 розглянуто у двох варіантах: лінійного типу при $c_{1z} = c_{2z} = 4,225 \cdot 10^5$ Н/м, нелінійного типу при

$$c_{1z} = c_{2z} = 5 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{6 \cdot 10^3 |z| + 1} \text{ Н/м}; \quad (5.7)$$

сумарні значення коефіцієнтів жорсткості елементів 9, 10 $c_y = 0,475 \cdot 10^5$ Н/м.

5.2.2 Зведення системи диференціальних рівнянь руху об'єкта досліджень до форми Коші

Закон руху узагальненого інерційного елемента ОПС (рис. 5.11) об'єкта досліджень задано неоднорідним диференціальним рівнянням щодо вектора-функції узагальнених координат (5.6). Це векторне рівняння еквівалентне системі неоднорідних диференціальних рівнянь щодо компонентів вектора $Q_1 = [y, z, \theta]$:

$$\begin{cases} W_y \cdot y - W_{y\theta} \cdot \theta = q_1; \\ W_z \cdot z + W_{z\theta} \cdot \theta = q_2; \\ -W_{y\theta} \cdot y + W_{z\theta} \cdot z + W_{\theta} \cdot \theta = q_3. \end{cases} \quad (5.8)$$

Використовуючи співвідношення (5.6) представимо систему рівнянь (5.8) у вигляді:

$$\begin{cases} \left(M \cdot \frac{d^2}{dt^2} + b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot y - z_{13} \cdot \left(b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot \theta = \left(b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot V_{y_2}; \\ \left(M \cdot \frac{d^2}{dt^2} + b_z \cdot \frac{d}{dt} + c_{1z} + c_{2z} \right) \cdot z - z_{13} \cdot \left(c_{1z} \cdot y_{11} + c_{2z} \cdot y_{12} + \frac{1}{2}(y_{11} + y_{12}) \cdot b_z \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot \theta = \\ = \frac{1}{2} b_z \cdot \frac{d}{dt} \cdot (V_{z_1} + V_{z_2}) + c_{1z} \cdot V_{z_1} + c_{2z} \cdot V_{z_2}; \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot y \cdot z_{13} + \left(c_{1z} \cdot y_{11} + c_{2z} \cdot y_{12} + \frac{1}{2}(y_{11} + y_{12}) \cdot b_z \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot z + \\ & + \left(I_c \cdot \frac{d^2}{dt^2} + \left(b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot z_{13}^2 + c_{1z} \cdot y_{11}^2 + c_{2z} \cdot y_{12}^2 + \frac{1}{2}(y_{11}^2 + y_{12}^2) \cdot b_z \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot \theta = \\ & = \frac{1}{2} b_z \cdot \frac{d}{dt} \cdot (y_{11} \cdot V_{z_1} + y_{12} \cdot V_{z_2}) + c_{1z} \cdot y_{11} \cdot V_{z_1} + c_{2z} \cdot y_{12} \cdot V_{z_2} - \\ & - \left(b_y \cdot \frac{d}{dt} + c_y \right) \cdot z_{13} \cdot V_{y_2}. \end{aligned} \right.$$

Отриману неоднорідну нелінійну систему диференціальних рівнянь, враховуючи залежності (5.7) представимо, зі свого боку, у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{aligned} & \ddot{y} \cdot M + \dot{y} \cdot b_y + y \cdot c_y - \dot{\theta} \cdot z_{13} \cdot b_y - \theta \cdot z_{13} \cdot c_y = b_y \cdot \dot{V}_{y_2} + c_y \cdot V_{y_2}; \\ & \ddot{z} \cdot M + \dot{z} \cdot b_z + z \cdot c_{1z} + z \cdot c_{2z} + \dot{\theta} \cdot \frac{b_z}{2} (y_{11} + y_{12}) + \theta \cdot (c_{1z} y_{11} + c_{2z} y_{12}) = \\ & \dot{V}_{z_1} \cdot \frac{b_z}{2} + V_{z_1} \cdot c_{1z} + \dot{V}_{z_2} \cdot \frac{b_z}{2} + V_{z_2} \cdot c_{2z}; \\ & - \dot{y} \cdot z_{13} \cdot b_y - y \cdot c_y \cdot z_{13} + \dot{z} \cdot \frac{b_z}{2} (y_{11} + y_{12}) + z \cdot (c_{1z} y_{11} + c_{2z} y_{12}) + \\ & + \ddot{\theta} \cdot I_c + \dot{\theta} \cdot \left(b_y \cdot z_{13}^2 + \frac{b_z}{2} \cdot (y_{11}^2 + y_{12}^2) \right) + \theta \cdot (c_y \cdot z_{13}^2 + c_{1z} y_{11}^2 + c_{2z} y_{12}^2) = \\ & = y_{11} \cdot \dot{V}_{z_1} \cdot \frac{b_z}{2} + V_{z_1} \cdot c_{1z} + y_{12} \cdot \dot{V}_{z_2} \cdot \frac{b_z}{2} + y_{12} \cdot V_{z_2} \cdot c_{2z} - b_y \cdot \dot{V}_{y_2} \cdot z_{13} - \\ & - c_y \cdot V_{y_2} \cdot z_{13}. \end{aligned} \right. \quad (5.9)$$

Представимо далі систему рівнянь (5.9) у формі векторного рівняння виду

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix}'' + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix}' + \\ & + \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

де

$$\begin{aligned} a_{11} &= M; \quad a_{22} = M; \quad a_{33} = I_c; \quad b_{11} = b_y; \quad b_{13} = -z_{13} \cdot b_y; \quad b_{22} = b_z; \\ b_{23} &= \frac{b_z}{2} \cdot (y_{11} + y_{12}); \quad b_{31} = -z_{13} \cdot b_y; \quad b_{32} = \frac{b_z}{2} \cdot (y_{11} + y_{12}); \\ b_{33} &= b_y \cdot z_{13}^2 + \frac{b_z}{2} \cdot (y_{11}^2 + y_{12}^2); \quad c_{11} = c_y; \quad c_{13} = -z_{13} \cdot c_y; \quad c_{22} = c_{1z} + c_{2z}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{23} &= c_{1z}y_{11} + c_{2z}y_{12}; \quad c_{31} = -c_y \cdot z_{13}; \quad c_{32} = c_{1z}y_{11} + c_{2z}y_{12}; \\
c_{33} &= c_y \cdot z_{13}^2 + c_{1z}y_{11}^2 + c_{2z}y_{12}^2; \quad d_1 = b_y \cdot \dot{V}_{y_2} + c_y \cdot V_{y_2}; \\
d_2 &= \dot{V}_{z_1} \cdot \frac{b_z}{2} + V_{z_1} \cdot c_{1z} + \dot{V}_{z_2} \cdot \frac{b_z}{2} + V_{z_2} \cdot c_{2z}; \\
d_3 &= y_{11} \cdot \dot{V}_{z_1} \cdot \frac{b_z}{2} + y_{11} \cdot V_{z_1} \cdot c_{1z} + y_{12} \cdot \dot{V}_{z_2} \cdot \frac{b_z}{2} + y_{12} \cdot V_{z_2} \cdot c_{2z} - \\
&\quad - b_y \cdot \dot{V}_{y_2} \cdot z_{13} - c_y \cdot V_{y_2} z_{13}.
\end{aligned}$$

Знайдемо далі матрицю, зворотну до матриці при самій старшій похідній диференційного рівняння (5.10):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{33}} \end{pmatrix}.$$

Помноживши рівняння (5.10) на отриману матрицю, одержимо рівняння, еквівалентне вихідному (5.8):

$$\begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix}'' + \begin{pmatrix} \frac{b_{11}}{a_{11}} & 0 & \frac{b_{13}}{a_{11}} \\ 0 & \frac{b_{22}}{a_{22}} & \frac{b_{23}}{a_{22}} \\ \frac{b_{31}}{a_{33}} & \frac{b_{32}}{a_{33}} & \frac{b_{33}}{a_{33}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix}' + \begin{pmatrix} \frac{c_{11}}{a_{11}} & 0 & \frac{c_{13}}{a_{11}} \\ 0 & \frac{c_{22}}{a_{22}} & \frac{c_{23}}{a_{22}} \\ \frac{c_{31}}{a_{33}} & \frac{c_{32}}{a_{33}} & \frac{c_{33}}{a_{33}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d_1}{a_{11}} \\ \frac{d_2}{a_{22}} \\ \frac{d_3}{a_{33}} \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

Зробимо таку заміну перемінних:

$$\begin{aligned}
y &= x_{10}; & \dot{y} &= x_{11}; & \ddot{y} &= x_{12}; \\
z &= x_{20}; & \dot{z} &= x_{21}; & \ddot{z} &= x_{22}; \\
\theta &= x_{30}; & \dot{\theta} &= x_{31}; & \ddot{\theta} &= x_{32}.
\end{aligned} \quad (5.12)$$

З огляду на (5.12), визначимо матричне рівняння (5.11) щодо перемінних x_{12}, x_{22}, x_{32} :

$$\begin{aligned}
x_{12} &= -x_{10} \cdot \frac{c_{11}}{a_{11}} - x_{11} \cdot \frac{b_{11}}{a_{11}} - x_{30} \cdot \frac{c_{13}}{a_{11}} - x_{31} \cdot \frac{b_{31}}{a_{11}} + \frac{d_1}{a_{11}}; \\
x_{22} &= -x_{20} \cdot \frac{c_{22}}{a_{22}} - x_{21} \cdot \frac{b_{22}}{a_{22}} - x_{30} \cdot \frac{c_{23}}{a_{22}} - x_{31} \cdot \frac{b_{23}}{a_{22}} + \frac{d_2}{a_{22}};
\end{aligned} \quad (5.13)$$

$$x_{32} = -x_{10} \cdot \frac{c_{31}}{a_{33}} - x_{11} \cdot \frac{b_{31}}{a_{33}} - x_{20} \cdot \frac{c_{32}}{a_{33}} - x_{21} \cdot \frac{b_{32}}{a_{33}} - \\ - x_{30} \cdot \frac{c_{33}}{a_{33}} - x_{31} \cdot \frac{b_{33}}{a_{33}} + \frac{d_3}{a_{33}}.$$

Зрозуміло, що:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{10}}{dt} &= x_{11}; & \frac{dx_{11}}{dt} &= x_{12}; \\ \frac{dx_{20}}{dt} &= x_{21}; & \frac{dx_{21}}{dt} &= x_{22}; \\ \frac{dx_{30}}{dt} &= x_{31}; & \frac{dx_{31}}{dt} &= x_{32}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Використовуючи умови (5.13), (5.14), складемо систему неоднорідних нелінійних диференціальних рівнянь, еквівалентну вихідної (5.8), а отже, і векторному рівнянню (5.6):

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_{10} &= x_{11}; \\ \dot{x}_{11} &= -x_{10} \cdot \frac{c_{11}}{a_{11}} - x_{11} \cdot \frac{b_{11}}{a_{11}} - x_{30} \cdot \frac{c_{13}}{a_{11}} - x_{31} \cdot \frac{b_{31}}{a_{11}} + \frac{d_1}{a_{11}}; \\ \dot{x}_{20} &= x_{21}; \\ \dot{x}_{21} &= -x_{20} \cdot \frac{c_{22}}{a_{22}} - x_{21} \cdot \frac{b_{22}}{a_{22}} - x_{30} \cdot \frac{c_{23}}{a_{22}} - x_{31} \cdot \frac{b_{23}}{a_{22}} + \frac{d_2}{a_{22}}; \\ \dot{x}_{30} &= x_{31}; \\ \dot{x}_{31} &= -x_{10} \cdot \frac{c_{31}}{a_{33}} - x_{11} \cdot \frac{b_{31}}{a_{33}} - x_{20} \cdot \frac{c_{32}}{a_{33}} - x_{21} \cdot \frac{b_{32}}{a_{33}} - \\ &- x_{30} \cdot \frac{c_{33}}{a_{33}} - x_{31} \cdot \frac{b_{33}}{a_{33}} + \frac{d_3}{a_{33}}. \end{aligned} \right. \quad (5.15)$$

Система рівнянь (5.15) має узагальнений розв'язок, що в загальному випадку залежить від її параметрів. Для визначення значень цих параметрів потрібно накласти додаткові умови на функції x_k ($k = 1 \dots 6$). У нашому випадку як додаткові умови виступають початкові умови, загальний вигляд яких:

$$x_k(t_0) = \eta_k, \quad 1 \leq k \leq 6. \quad (5.16)$$

У результаті одержано задачу Коші, розв'язок якої шукається за допомогою чисельного методу Рунге – Кутта [70].

5.2.3 Особливості застосування методу Рунге – Кутта для розв’язання системи диференціальних рівнянь об’єкта досліджень

Враховуючи [67, 70], зробимо таку заміну змінних:

$$\begin{aligned}x_{10} &= x_1; & x_{11} &= x_2; \\x_{20} &= x_3; & x_{21} &= x_4; \\x_{30} &= x_5; & x_{31} &= x_6.\end{aligned}\tag{5.17}$$

З урахуванням (5.17), система (5.15) набере вигляду:

$$\left\{\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \cdot \frac{c_{11}}{a_{11}} - x_2 \cdot \frac{b_{11}}{a_{11}} - x_5 \cdot \frac{c_{13}}{a_{11}} - x_6 \cdot \frac{b_{31}}{a_{11}} + \frac{d_1}{a_{11}}; \\ \dot{x}_3 &= x_4; \\ \dot{x}_4 &= -x_3 \cdot \frac{c_{22}}{a_{22}} - x_4 \cdot \frac{b_{22}}{a_{22}} - x_5 \cdot \frac{c_{23}}{a_{22}} - x_6 \cdot \frac{b_{23}}{a_{22}} + \frac{d_2}{a_{22}}; \\ \dot{x}_5 &= x_6; \\ \dot{x}_6 &= -x_1 \cdot \frac{c_{31}}{a_{33}} - x_2 \cdot \frac{b_{31}}{a_{33}} - x_3 \cdot \frac{c_{32}}{a_{33}} - x_4 \cdot \frac{b_{32}}{a_{33}} - \\ &\quad - x_5 \cdot \frac{b_{33}}{a_{33}} - x_6 \cdot \frac{b_{33}}{a_{33}} + \frac{d_3}{a_{33}}.\end{aligned}\right.\tag{5.18}$$

З огляду на співвідношення (5.12), (5.14) початкові умови (5.16) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}x_1(t_0) &= y(t_0) = y_0; \\ x_3(t_0) &= z(t_0) = z_0; \\ x_5(t_0) &= \theta(t_0) = \theta_0; \\ x_2(t_0) &= \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0; \\ x_4(t_0) &= \dot{z}(t_0) = \dot{z}_0; \\ x_6(t_0) &= \dot{\theta}(t_0) = \dot{\theta}_0.\end{aligned}\tag{5.19}$$

Формально система (5.18) може бути записана як:

$$\dot{x}_i = f_i(t, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6), \quad i = \overline{1,6}.\tag{5.20}$$

Розв’язок системи диференціальних рівнянь (5.20) знаходимо на заданому кінцевому проміжку часу $[t_0, t]$.

Рекурентна формула методу Рунге – Кутта має вигляд

$$x_{(j+1)i} = x_{ji} + \Delta x_{ji}, \quad i = \overline{1,6}. \quad (5.21)$$

Оскільки аргументом шуканих функцій є час, то в проміжку $[t_0, t_1]$ величину t_0 покладемо такою, що дорівнює нулю для $j = \overline{0,m}$. Рекурентне рівняння (5.21) має своєю «точкою відліку» початкові умови (5.19). У разі використання схеми четвертого порядку точності, збільшення Δx_{ji} виражаються такою формулою:

$$\begin{aligned} \Delta x_{ji} &= \frac{1}{6} \cdot (k_{ji1} + 2 \cdot k_{ji2} + 2 \cdot k_{ji3} + k_{ji4}), \\ \text{де} \quad k_{ji1} &= h \cdot f_i(j, x_i(j)); \\ k_{ji2} &= h \cdot f_i\left(j + \frac{h}{2}, x_i(j) + \frac{k_{ji1}}{2}\right); \\ k_{ji3} &= h \cdot f_i\left(j + \frac{h}{2}, x_i(j) + \frac{k_{ji2}}{2}\right); \\ k_{ji4} &= h \cdot f_i(j + h, x_i(j) + k_{ji3}), \end{aligned}$$

h – крок апроксимації, що задає точність наближеного рішення, $i = \overline{1,6}$, $j = \overline{0,m}$.

5.2.4 Коефіцієнти синергізму в умовах першого варіанта збудження об'єкта досліджень

У цьому випадку приймається перший варіант ударного збудження об'єкта досліджень за законом (5.4), коли $V_{y_1}(t) = V_{y_2}(t) = 0$, а

$$V_{z_1}(t) = \begin{cases} A, t \in [0, \tau] \\ 0, t \in (\tau, +\infty) \end{cases}; \quad V_{z_2}(t) = \begin{cases} 0, t \in (0, T) \cup (T + \tau, +\infty) \\ A, t \in [T, T + \tau] \end{cases}.$$

Відповідно до розділу 5.2.1 роботи також розглянуто окремо три типи завантаження об'єкта досліджень (маса адитивного елементу ОПС дорівнює відповідно: $m_a = 0$ кг, $m_a = 8050$ кг, $m_a = 13510$ кг), а також лінійний й нелінійний варіанти характеристик жорсткості елементів 7, 8 механічної схеми об'єкта випробувань (рис. 5.11). Отримано залежність коефіцієнтів синергізму $Ks_i(T, \tau)$ ($i = y, z, \theta, r$) від положення аналізованої точки у внутрішньому об'ємі корпусу об'єкта досліджень (центр мас ОПС, контрольні точки K_1, K_2).

Перший тип завантаження ОПС

На рисунках 5.12, а, б, в, г, д, е подано графічні характеристики максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.

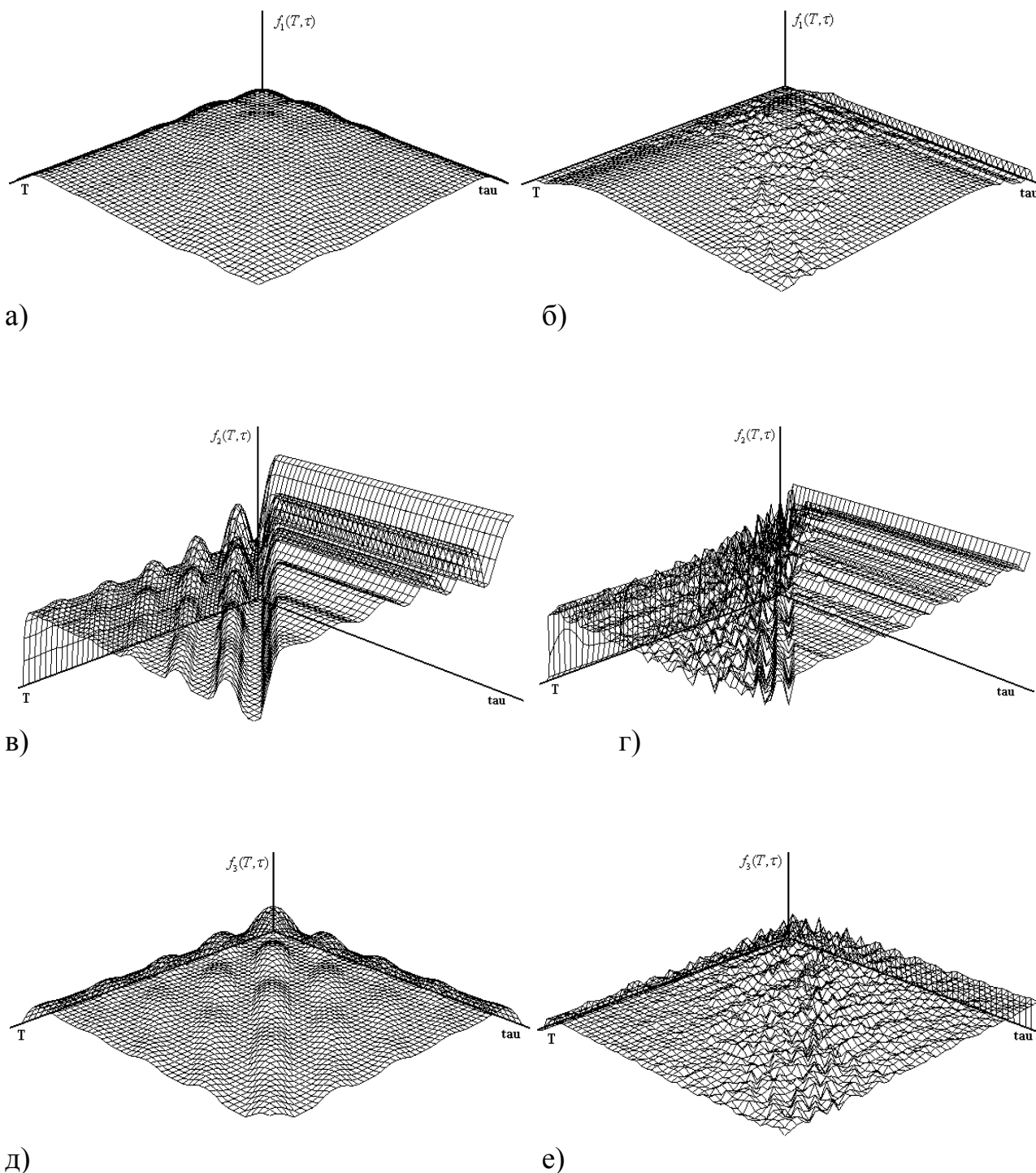


Рисунок 5.12 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_1z, c_2z

На рисунках 5.13,а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К1 (-3,2 м; 2,0 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.

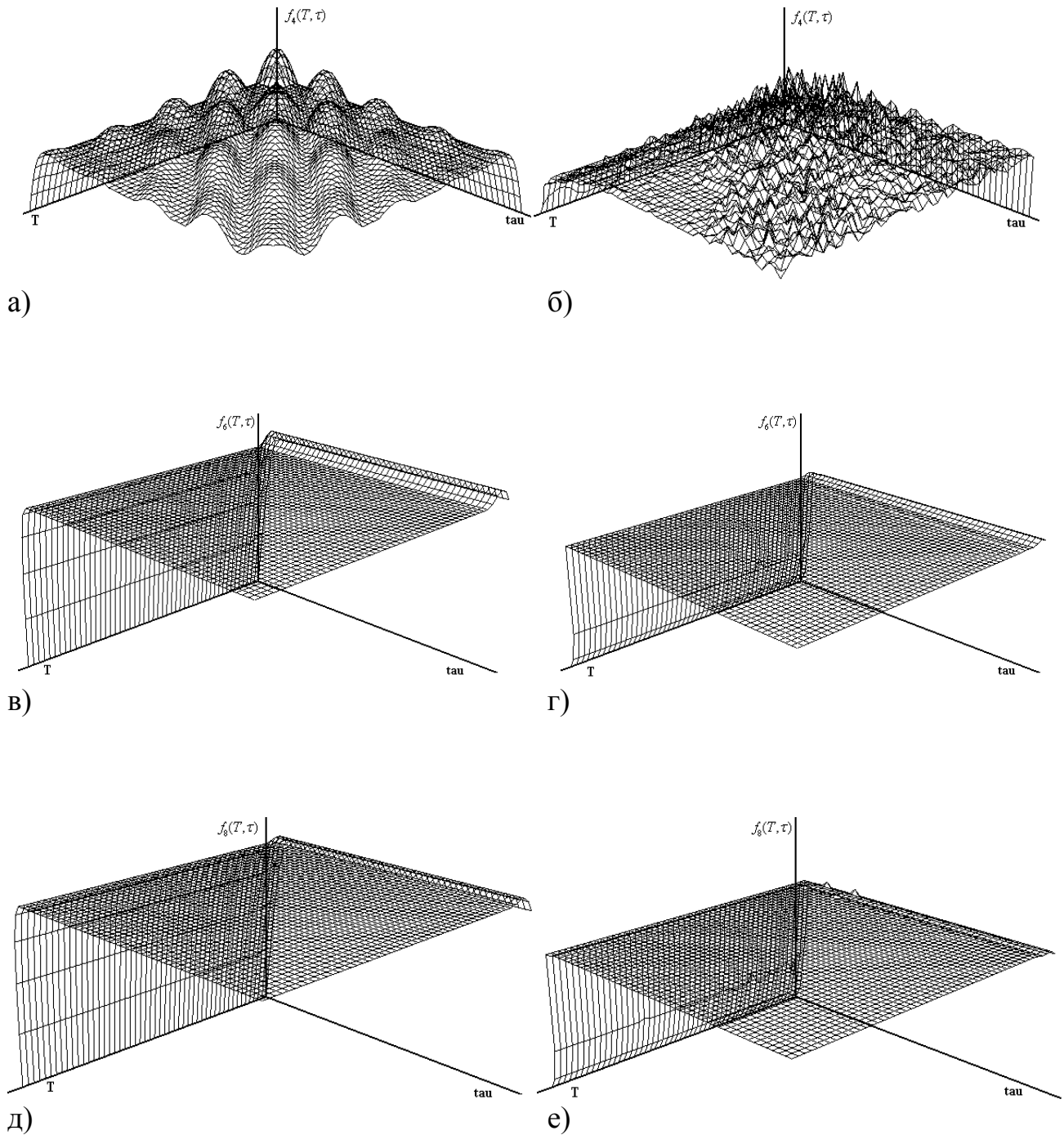
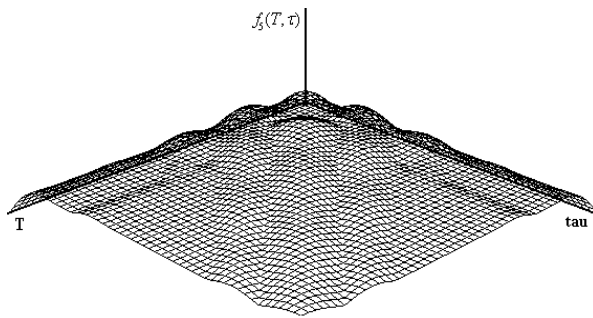
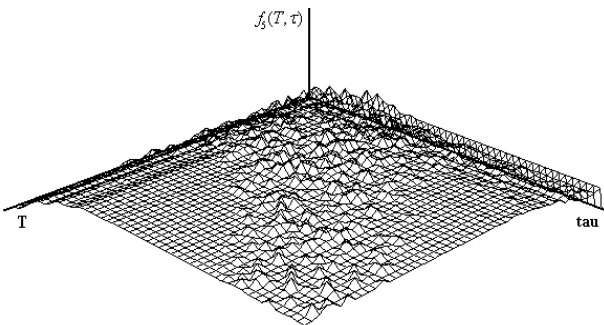


Рисунок 5.13 – Максимальні відхилення контрольної точки К₁ ОПС:
 а, б, в, г, д – у напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

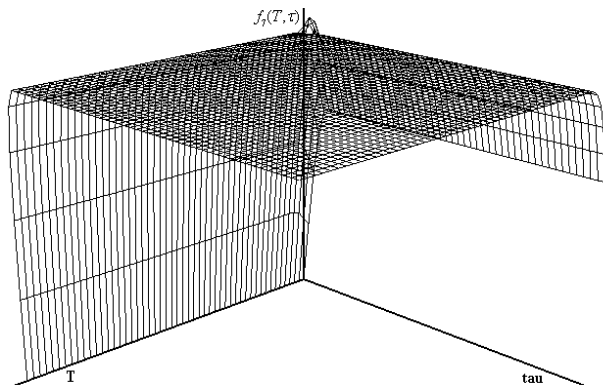
На рисунках 5.14, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_2 (-6,0 м; 0,5 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.



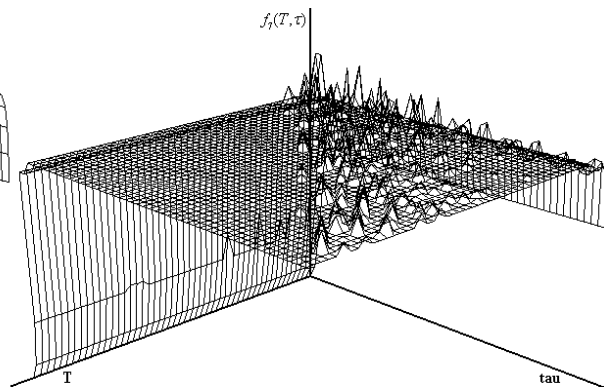
а)



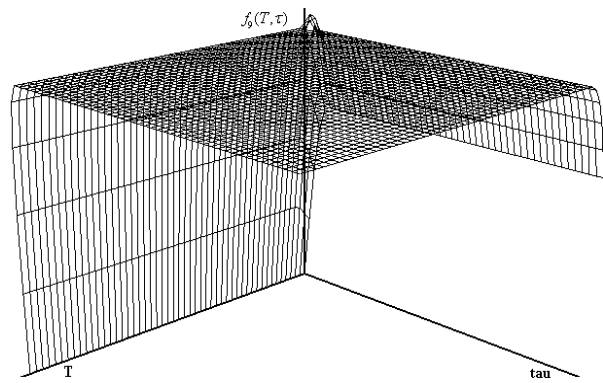
б)



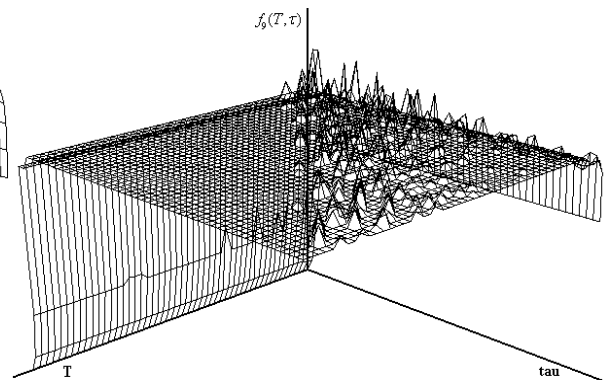
в)



г)



д)


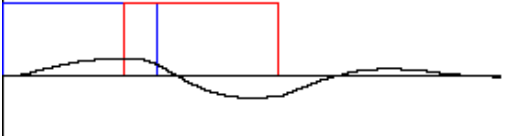


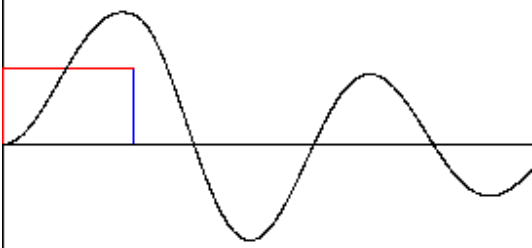
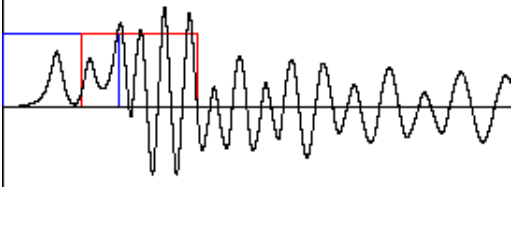
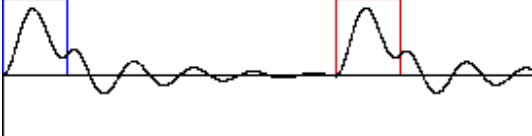
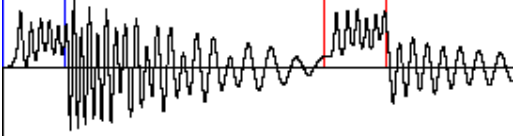
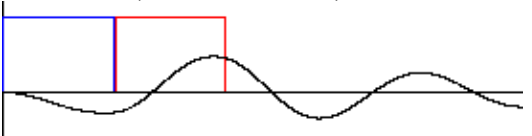
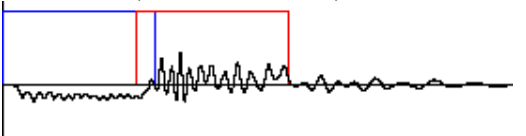
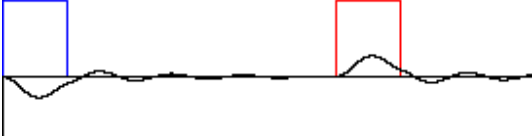
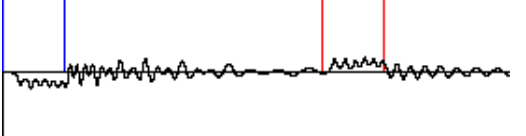


е)


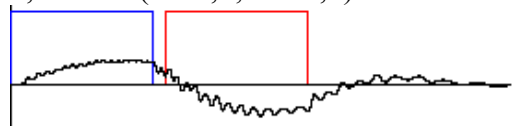
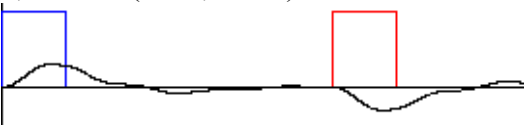
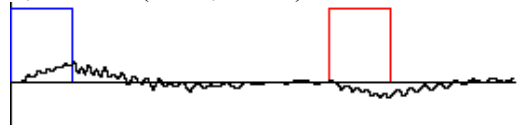
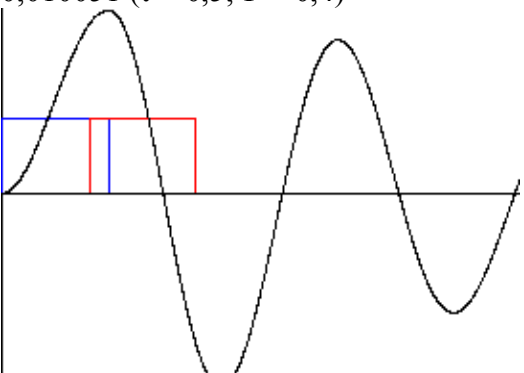
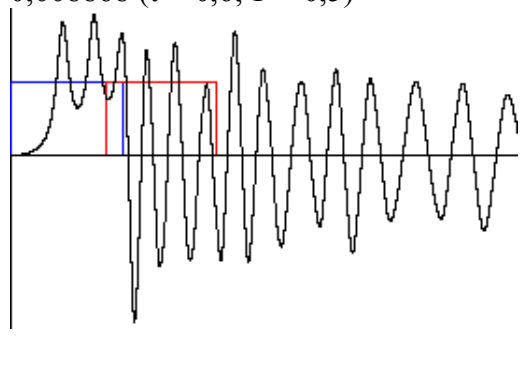
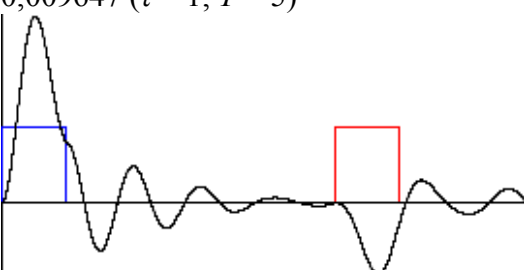
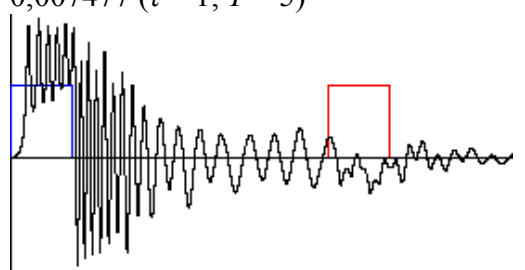
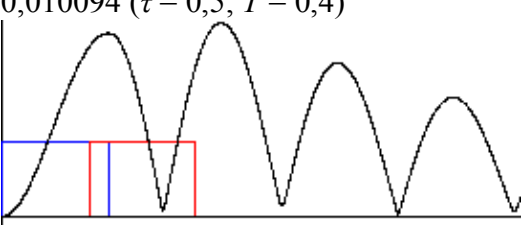
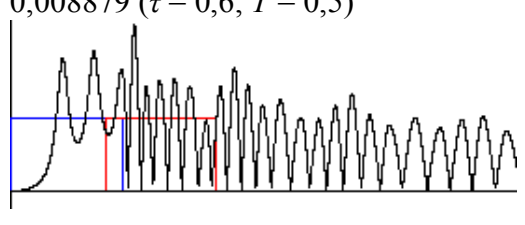
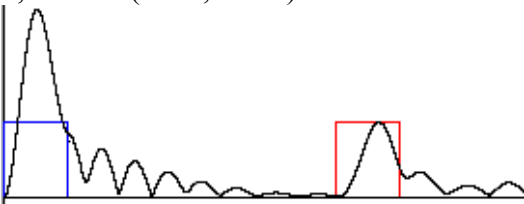
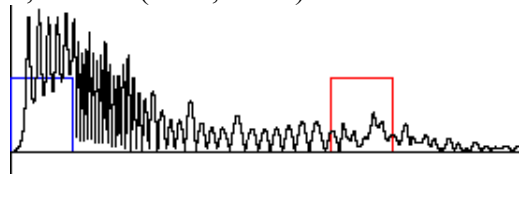
Рисунок 5.14 – Максимальні відхилення контрольної точки K_2 ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

У таблиці 5.1 наведено значення $\max X_i$, $\max X_i^*$, $K_{S_{X_i}}$ для першого типу завантаження ОПС, до того ж часові характеристики ударних імпульсів τ і T варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.1 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС першого типу завантаження

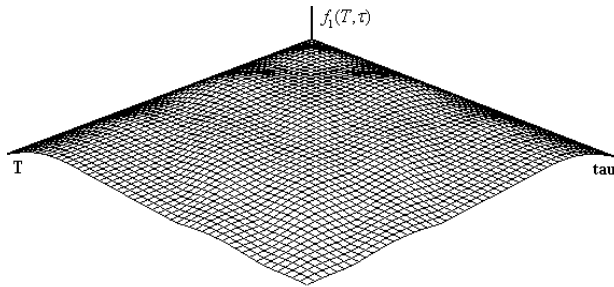
Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,001338 ($\tau = 1,8; T = 1,8$) 	0,001217 ($\tau = 2,3; T = 1,8$) 
$\max Y^*$	0,000921 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000696 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	45,2 %	75,0 %
$\max Z$	0,006764 ($\tau = 0,5; T = 0$) 	0,005328 ($\tau = 0,6; T = 0,4$) 
$\max Z^*$	0,003420 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,003670 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	97,8 %	45,2 %
$\max \theta$	0,001856 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,001675 ($\tau = 2,2; T = 1,9$) 
$\max \theta^*$	0,001074 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000853 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_θ}	72,8 %	96,3 %

1	2	3
$K_1 (-3,2 \text{ м}; 2 \text{ м})$		
$\max Y$	0,003816 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,003522 ($\tau = 1,6; T = 0,4$)
$\max Y^*$	0,002679 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,002236 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_y}	42,5 %	57,5 %
$\max Z$	0,007209 ($\tau = 0,5; T = 0,2$) 	0,005371 ($\tau = 0,6; T = 0,1$)
$\max Z^*$	0,006689 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005167 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_z}	7,8 %	4,0 %
$\max r$	0,007298 ($\tau = 0,5; T = 0,2$) 	0,005608 ($\tau = 1,4; T = 0,1$)
$\max r^*$	0,007145 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005435 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_r}	2,1 %	3,2 %

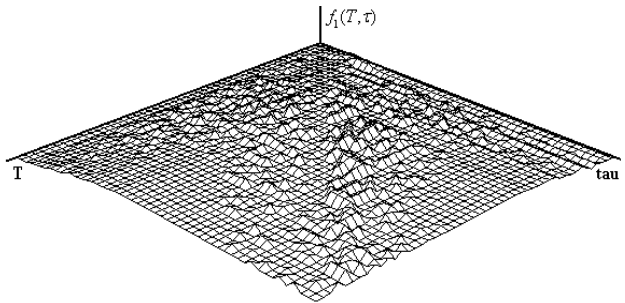
1	2	3
K_2 (-6 м; 0,5 м)		
$\max Y$	0,001859 ($\tau = 1,7$; $T = 1,7$) 	0,001681 ($\tau = 2,3$; $T = 2,5$) 
$\max Y^*$	0,001195 ($\tau = 1$; $T = 5$) 	0,001060 ($\tau = 1$; $T = 5$) 
K_{s_y}	55,6 %	58,5 %
$\max Z$	0,010051 ($\tau = 0,5$; $T = 0,4$) 	0,008868 ($\tau = 0,6$; $T = 0,5$) 
$\max Z^*$	0,009647 ($\tau = 1$; $T = 5$) 	0,007477 ($\tau = 1$; $T = 5$) 
K_{s_z}	4,2 %	18,6 %
$\max r$	0,010094 ($\tau = 0,5$; $T = 0,4$) 	0,008879 ($\tau = 0,6$; $T = 0,5$) 
$\max r^*$	0,009694 ($\tau = 1$; $T = 5$) 	0,007503 ($\tau = 1$; $T = 5$) 
K_{s_r}	4,1 %	18,3 %

Другий тип завантаження ОПС

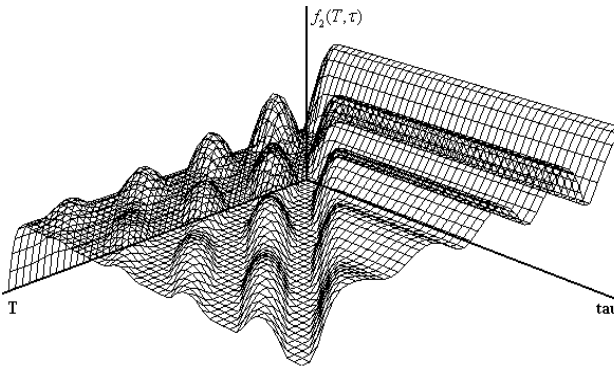
На рисунках 5.15, а, б, в, г, д, е подано графічні характеристики максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.



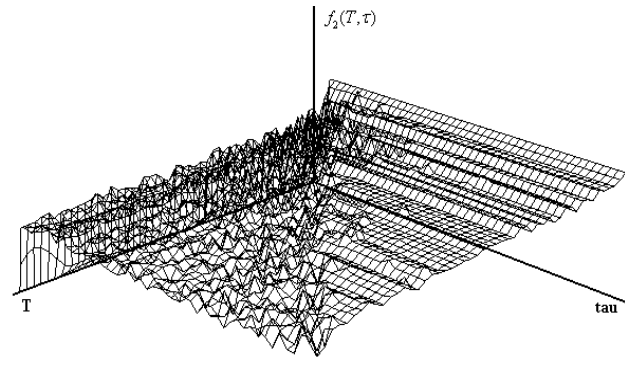
а)



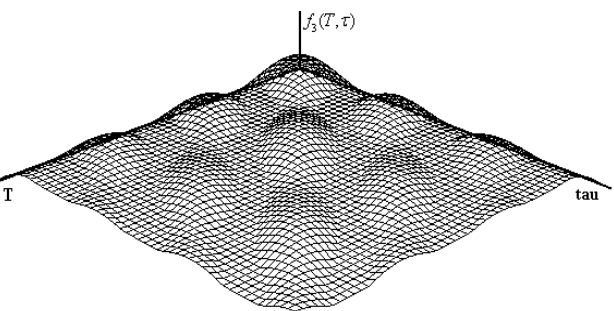
б)



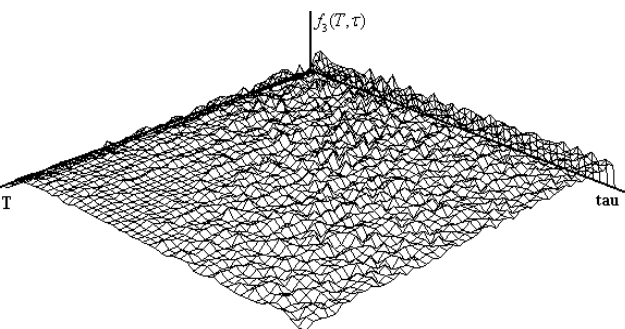
в)



г)



д)



е)

Рисунок 5.15 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y , Z , θ відповідно при лінійних і
нелінійних характеристиках жорсткостей c_1z , c_2z

На рисунках 5.16, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К1 (-3,2м; 2,0м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5с.

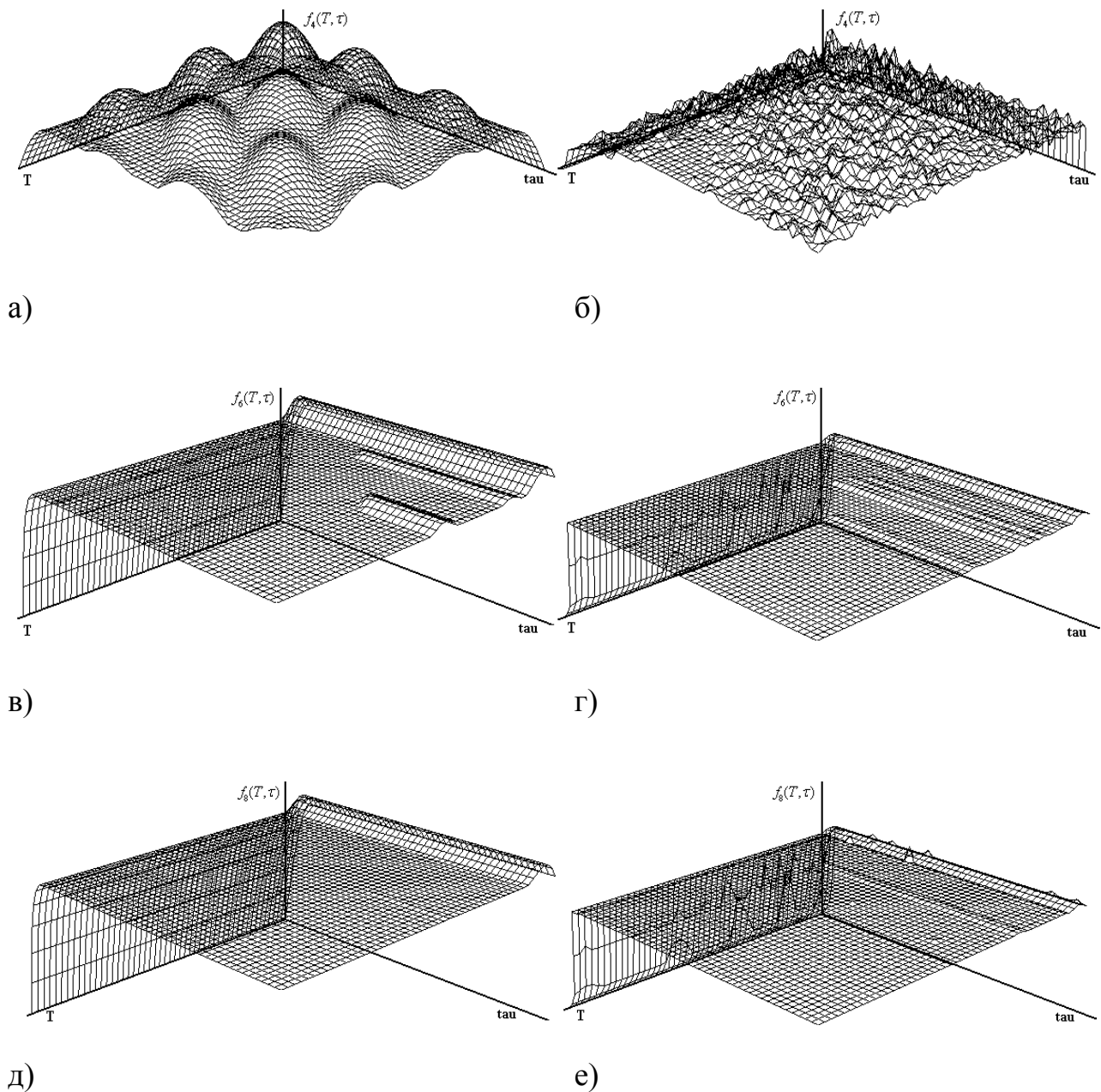
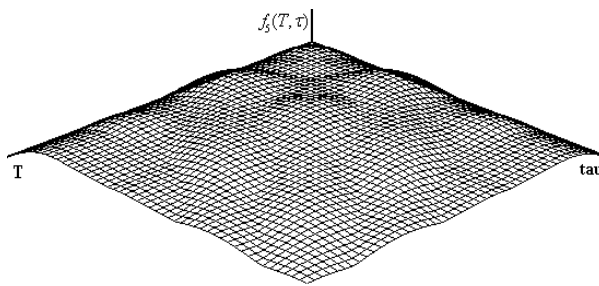
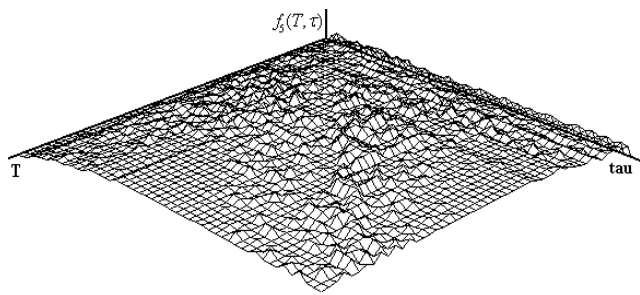


Рисунок 5.16 – Максимальні відхилення контрольної точки К1 ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y , Z , θ відповідно при лінійних і
нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z} , c_{2z}

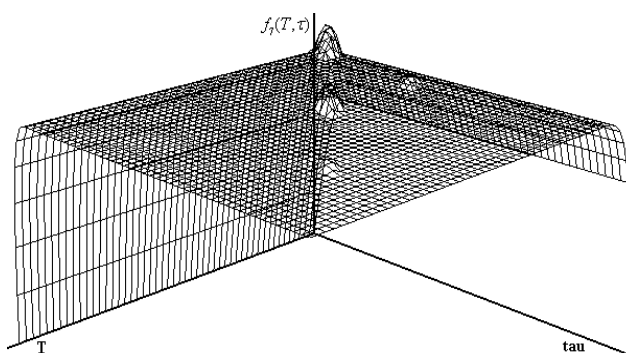
На рисунках 5.17, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К₂ (-6,0 м; 0,5м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5 с.



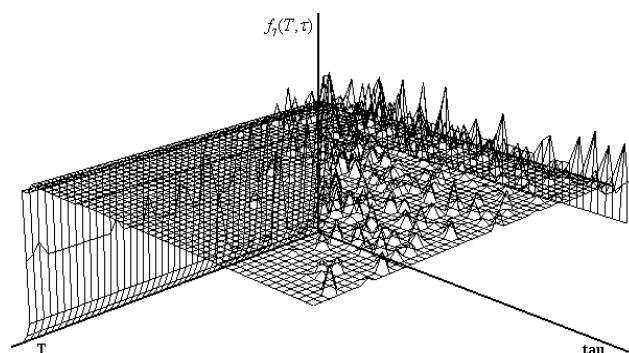
а)



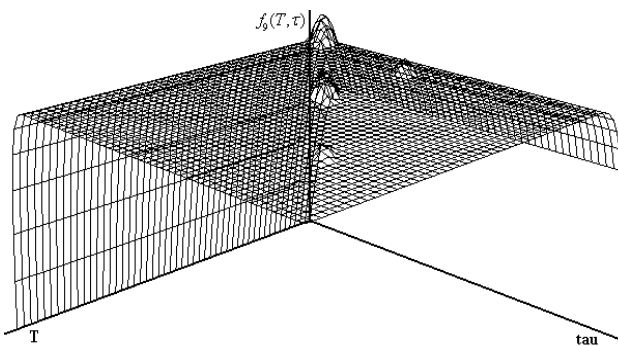
б)



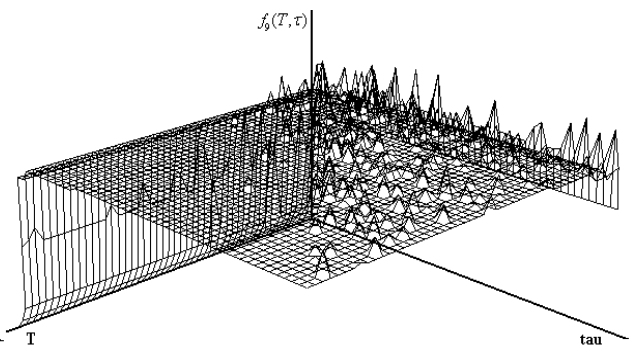
в)



г)



д)

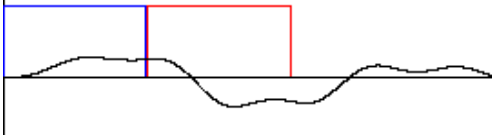
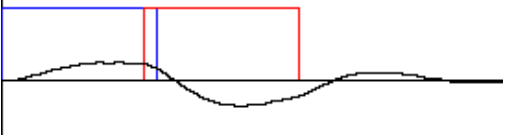

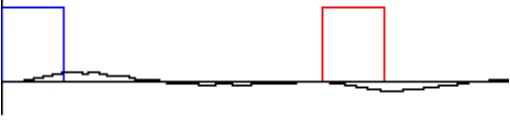
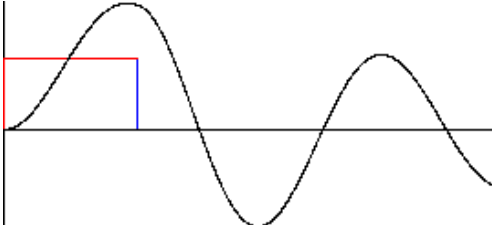
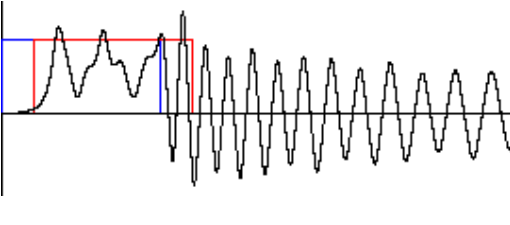
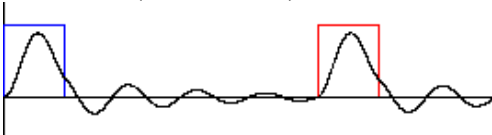
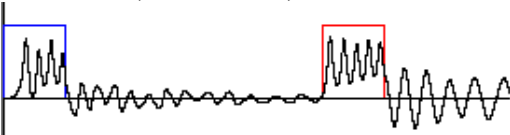
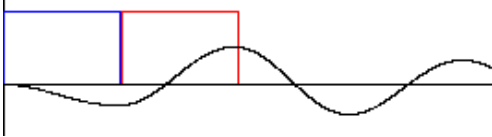

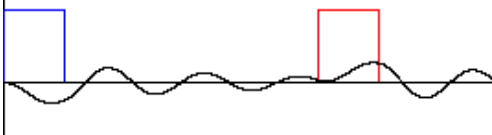
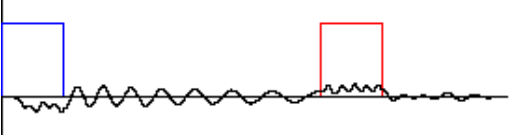


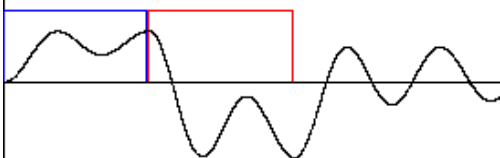
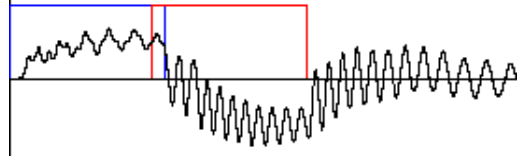
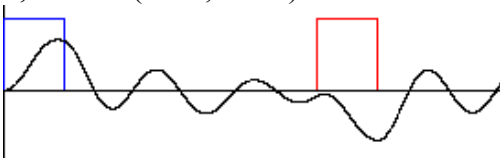
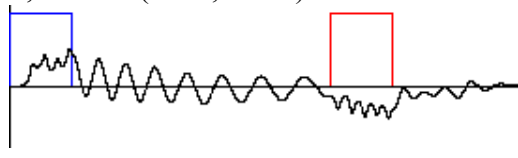
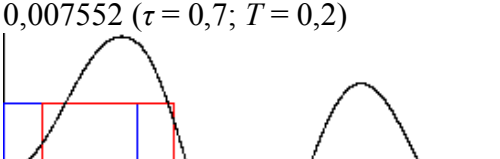
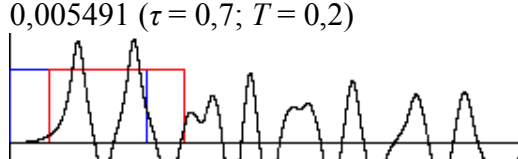
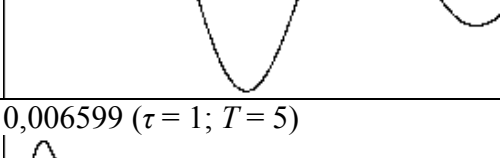
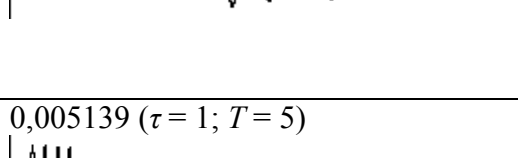
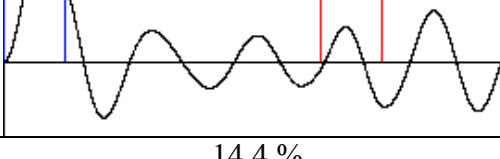
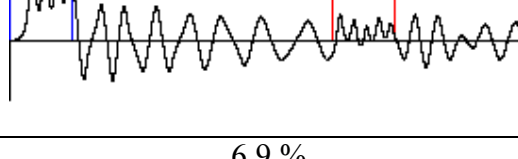
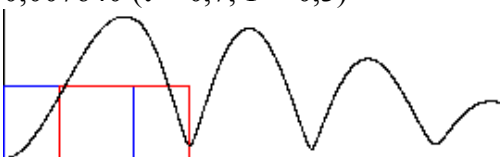
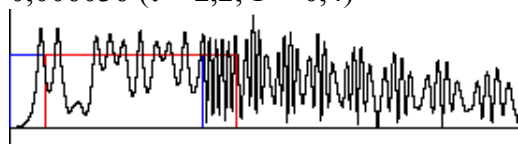
е)

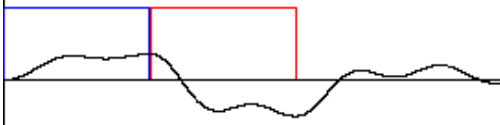
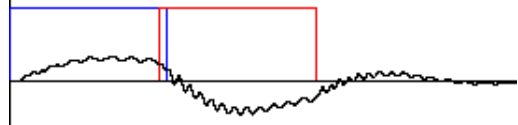
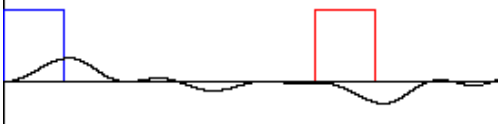
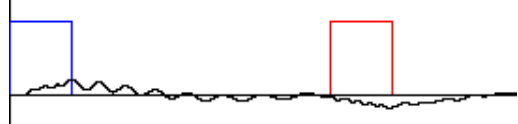
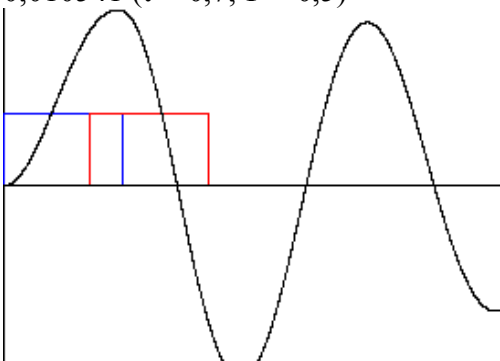
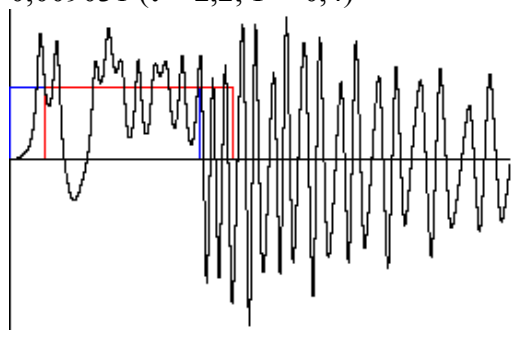
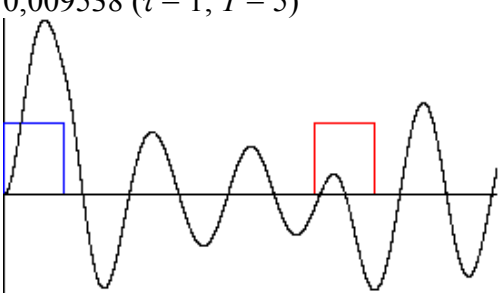
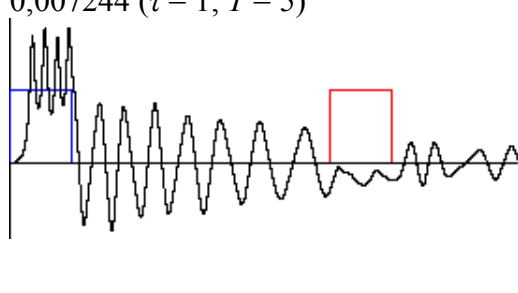
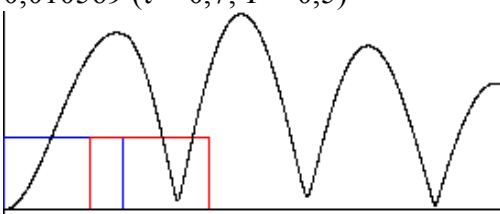
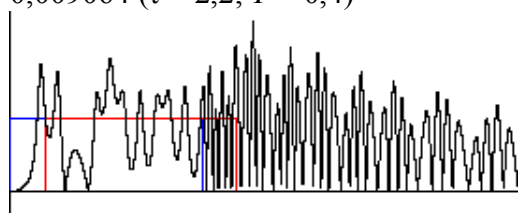
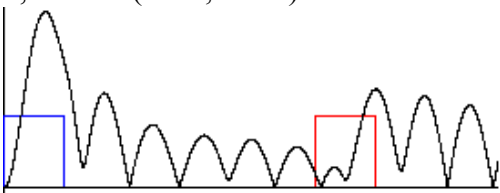
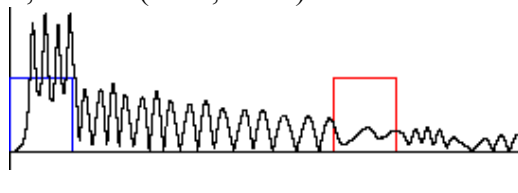
Рисунок 5.17 – Максимальні відхилення контрольної точки K_2 ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і
нелінійних характеристиках жорсткостей c_1z, c_2z

У таблиці 5.2 наведено значення $\max X_i, \max X_i^*, Ks_{Xi}$ для другого типу завантаження ОПС, водночас часові характеристики ударних імпульсів T і τ варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.2 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС *другого типу* завантаження

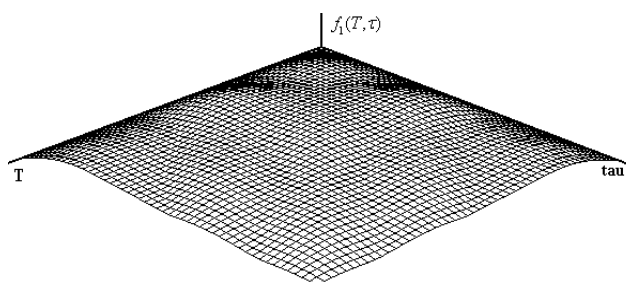
Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,001587 ($\tau = 2,3; T = 2,3$) 	0,001392 ($\tau = 3,3; T = 3,0$) 
$\max Y^*$	0,001044 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000541 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	51,9 %	157,2 %
$\max Z$	0,006924 ($\tau = 0,6; T = 0$) 	0,005405 ($\tau = 1,0; T = 0,2$) 
$\max Z^*$	0,003465 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,003318 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	99,8 %	62,9 %
$\max \theta$	0,002001 ($\tau = 0,8; T = 0,8$) 	0,001569 ($\tau = 2,7; T = 2,3$) 
$\max \theta^*$	0,001111 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000804 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_θ}	80,1%	95,3%

1	2	3
$K_1 (-3,2 \text{ м}; 2 \text{ м})$		
$\max Y$	0,004089 ($\tau = 2,3; T = 2,3$) 	0,003482 ($\tau = 3,0; T = 2,7$) 
$\max Y^*$	0,002768 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,001993 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	47,7 %	74,7 %
$\max Z$	0,007552 ($\tau = 0,7; T = 0,2$) 	0,005491 ($\tau = 0,7; T = 0,2$) 
$\max Z^*$	0,006599 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005139 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	14,4 %	6,9 %
$\max r$	0,007640 ($\tau = 0,7; T = 0,3$) 	0,006036 ($\tau = 2,2; T = 0,4$) 
$\max r^*$	0,007013 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005360 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	8,9 %	12,6 %

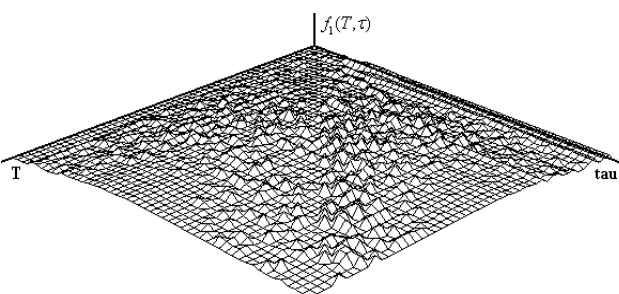
1	2	3
$K_2 (-6 \text{ м}; 0,5 \text{ м})$		
$\max Y$	0,001958 ($\tau = 2,4; T = 2,4$) 	0,001780 ($\tau = 3,7; T = 3,5$) 
$\max Y^*$	0,001280 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000790 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	53,0 %	125,3 %
$\max Z$	0,010541 ($\tau = 0,7; T = 0,5$) 	0,009031 ($\tau = 2,2; T = 0,4$) 
$\max Z^*$	0,009538 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007244 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	10,5 %	24,7 %
$\max r$	0,010569 ($\tau = 0,7; T = 0,5$) 	0,009064 ($\tau = 2,2; T = 0,4$) 
$\max r^*$	0,009578 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007262 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	10,4 %	24,8 %

Третій тип завантаження ОПС

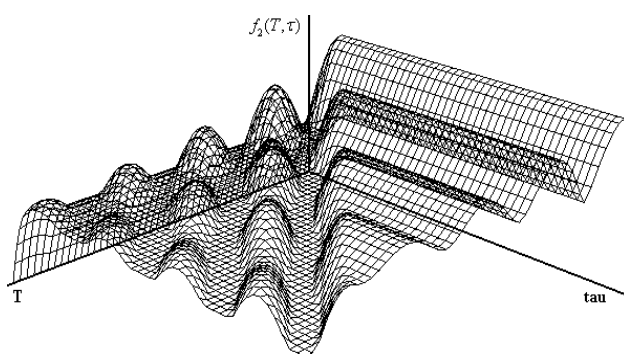
На рисунках 5.18, а, б, в, г, д, е подані графіки максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5 с.



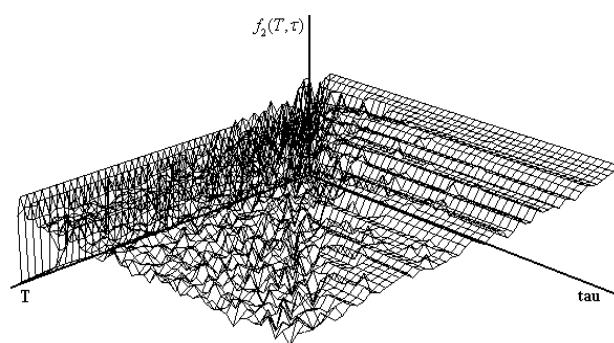
а)



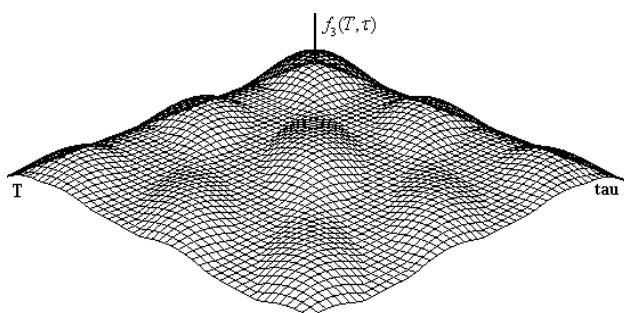
б)



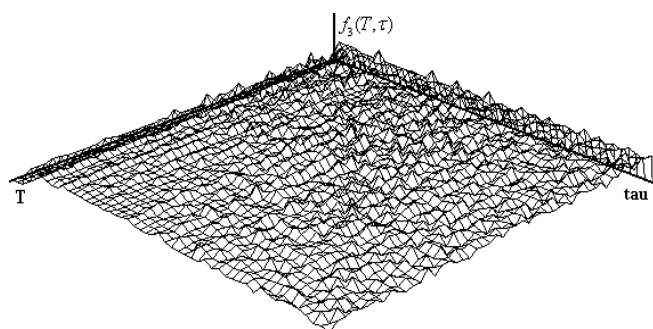
в)



г)



д)



е)

Рисунок 5.18 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:
а, б, в, г, д – відхилення в напрямку координат Y , Z , θ відповідно
при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z} , c_{2z}

На рисунках 5.19, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_1 (-3,2 м; 2,0 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5 с.

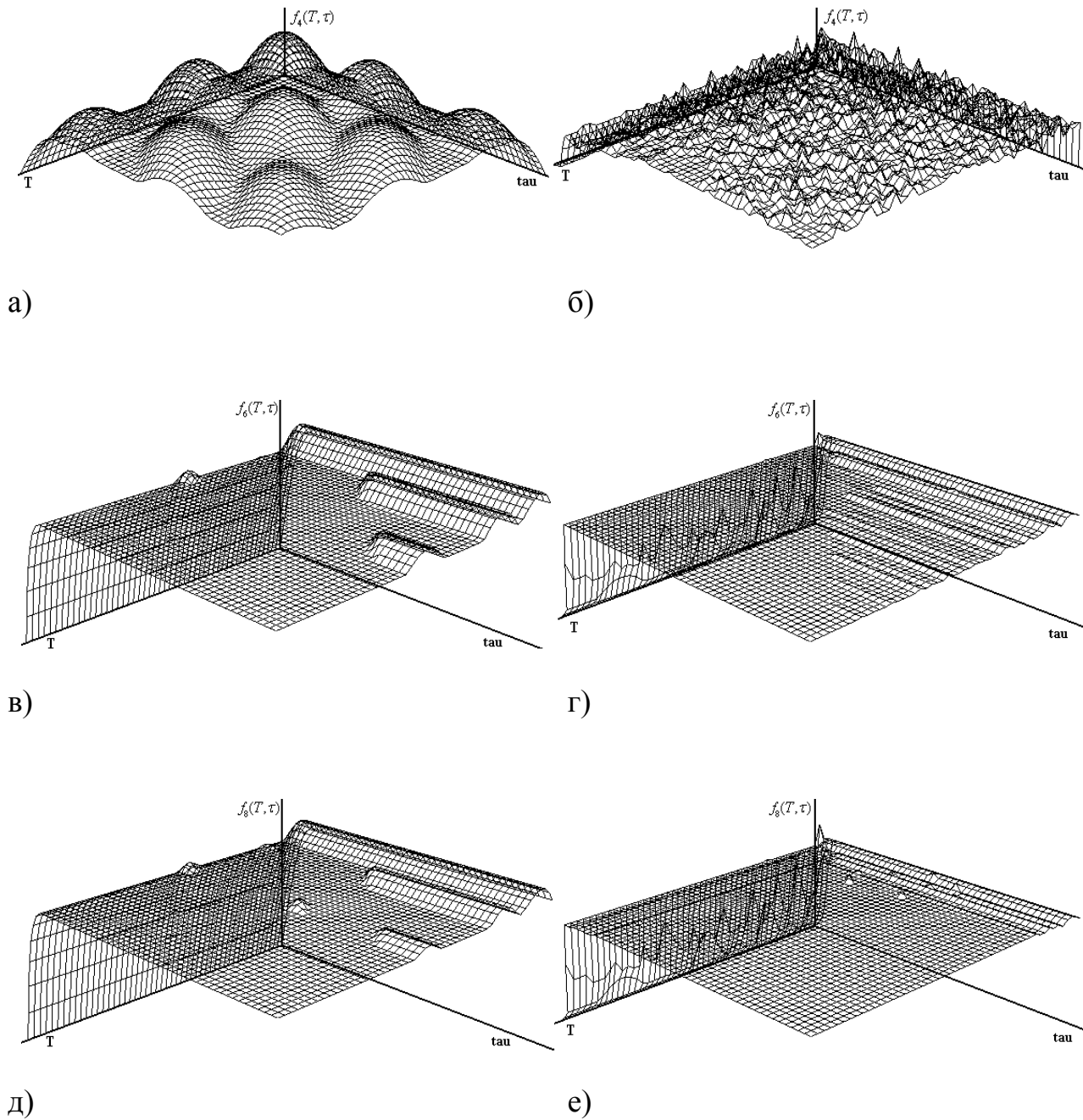


Рисунок 5.19 – Максимальні відхилення контрольної точки K_1 ОПС:
а, б, в, г, д – у напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних
і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

На рисунках 5.20, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_2 (-6,0 м; 0,5 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5 с.

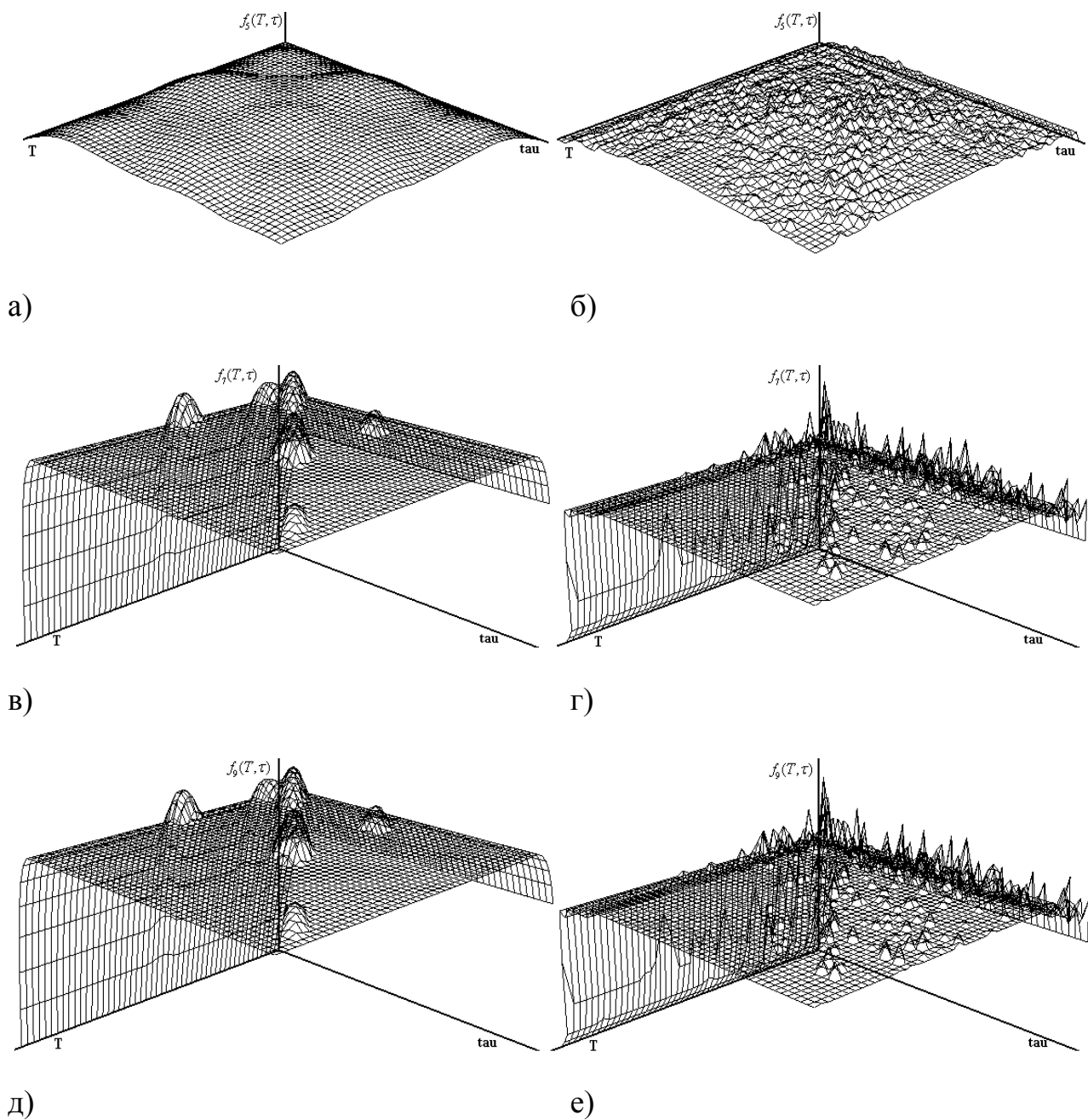
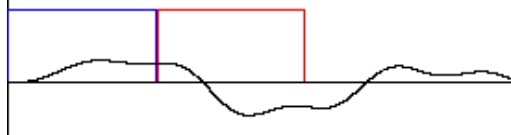
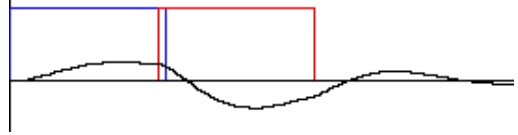
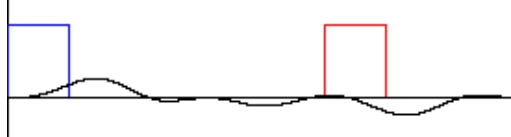

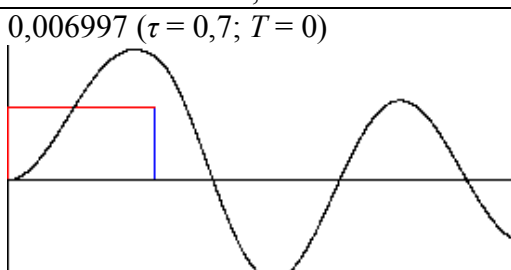
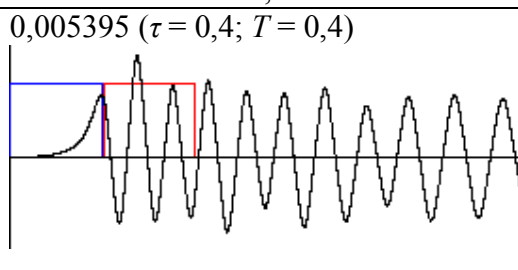
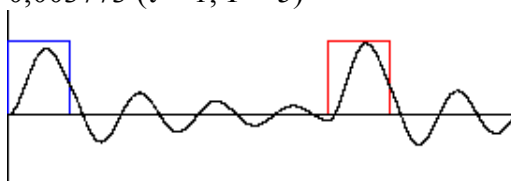
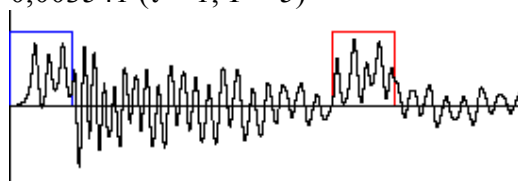
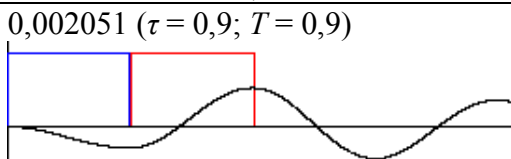
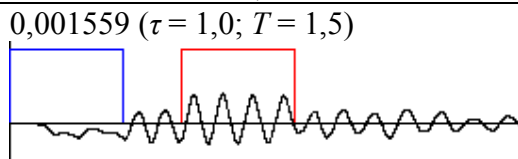
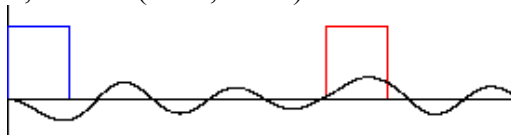
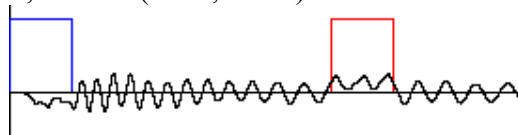
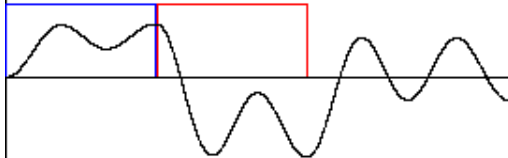
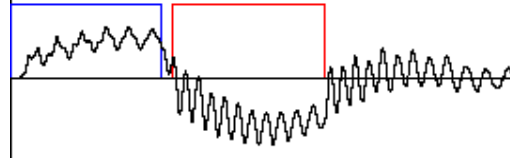
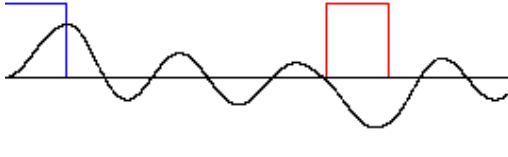
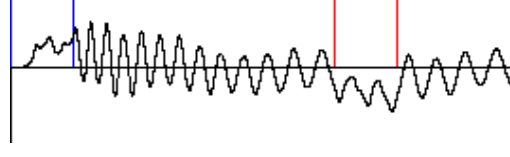
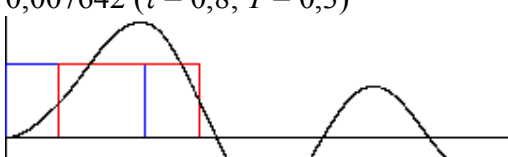
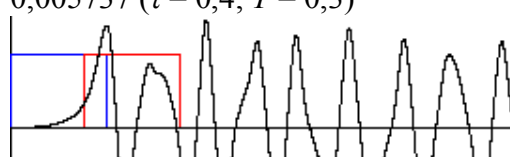
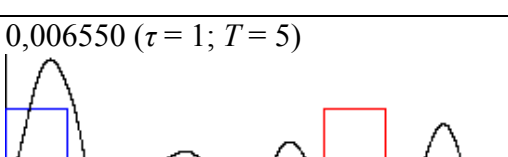
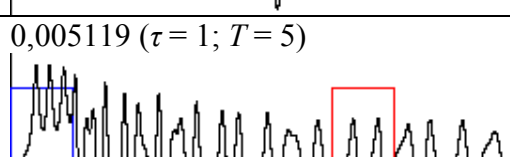
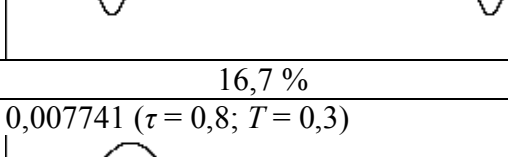
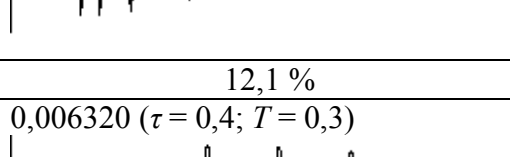
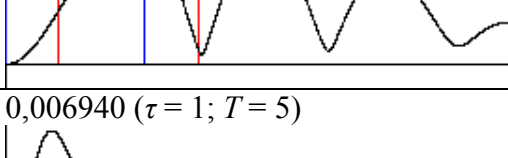
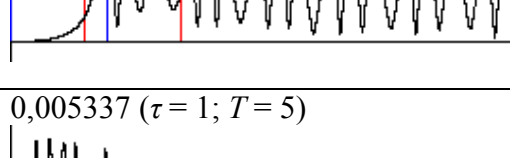


Рисунок 5.20 – Максимальні відхилення контрольної точки K_2 ОПС:
 а, б, в, г, д – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при
 лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

У таблиці 5.3 наведено значення $\max X_i, \max X_i^*, K_{sX_i}$ для ОПС третього типу завантаження, крім того, часові характеристики ударних навантажень T і τ варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.3 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС третього типу завантаження

Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,001775 ($\tau = 2,6; T = 2,6$) 	0,001480 ($\tau = 3,6; T = 3,4$) 
$\max Y^*$	0,001047 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000558 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_y	69,6 %	165,2 %
$\max Z$	0,006997 ($\tau = 0,7; T = 0$) 	0,005395 ($\tau = 0,4; T = 0,4$) 
$\max Z^*$	0,003773 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,003541 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_z	85,4 %	52,3 %
$\max \theta$	0,002051 ($\tau = 0,9; T = 0,9$) 	0,001559 ($\tau = 1,0; T = 1,5$) 
$\max \theta^*$	0,001178 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,001032 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_θ	74,1 %	51,2 %

1	2	3
$K_1 (-3,2 \text{ м}; 2 \text{ м})$		
$\max Y$	0,004224 ($\tau = 2,7; T = 2,7$) 	0,003524 ($\tau = 3,4; T = 3,6$) 
$\max Y^*$	0,002788 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,002351 ($\tau = 1; T = 5$) 
y	51,5 %	49,9 %
$\max Z$	0,007642 ($\tau = 0,8; T = 0,3$) 	0,005737 ($\tau = 0,4; T = 0,3$) 
$\max Z^*$	0,006550 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005119 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_z	16,7 %	12,1 %
$\max r$	0,007741 ($\tau = 0,8; T = 0,3$) 	0,006320 ($\tau = 0,4; T = 0,3$) 
$\max r^*$	0,006940 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005337 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_r	11,5 %	18,4 %

1	2	3
$K_2 (-6 \text{ м}; 0,5 \text{ м})$		
$\max Y$	0,001968 ($\tau = 2,7; T = 2,7$) 	0,001861 ($\tau = 3,1; T = 2,5$)
$\max Y^*$	0,001247 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,000868 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_y}	57,9 %	114,5 %
$\max Z$	0,011179 ($\tau = 2,8; T = 2,5$) 	0,009716 ($\tau = 0,4; T = 0,3$)
$\max Z^*$	0,009463 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007187 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_z}	18,1 %	35,2 %
$\max r$	0,011231 ($\tau = 2,8; T = 2,5$) 	0,009730 ($\tau = 0,4; T = 0,3$)
$\max r^*$	0,009499 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007187 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_r}	18,2 %	35,2 %

Аналіз наведених у таблицях 5.1, 5.2, 5.3 результатів досліджень показали, що для розглянутого в роботі об'єкта просторової структури коефіцієнти синергізму K_{s_y} , K_{s_z} , K_{s_r} змінюються в таких межах:

Перший тип завантаження ОПС:

- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:
 $K_{s_y} = [42,5 \% - 55,6 \%]$; $K_{s_z} = [4,2 \% - 97,8 \%]$; $K_{s_r} = [2,1 \% - 4,1 \%]$;
- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:
 $K_{s_y} = [57,5 \% - 75,0 \%]$; $K_{s_z} = [4,0 \% - 45,2 \%]$; $K_{s_r} = [3,2 \% - 18,3 \%]$.

Другий тип завантаження ОПС:

- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:
 $K_{s_y} = [47,7 \% - 53,0 \%]$; $K_{s_z} = [10,5 \% - 99,8 \%]$; $K_{s_r} = [8,9 \% - 10,4 \%]$.
- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:
 $K_{s_y} = [74,7 \% - 157,2 \%]$; $K_{s_z} = [6,9 \% - 62,9 \%]$; $K_{s_r} = [12,6 \% - 24,8 \%]$.

Третій тип завантаження ОПС:

- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:
 $K_{s_y} = [51,5 \% - 69,6 \%]$; $K_{s_z} = [16,7 \% - 85,4 \%]$; $K_{s_r} = [11,5 \% - 18,2 \%]$.
- характеристики жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:
 $K_{s_y} = [49,9 \% - 165,2 \%]$; $K_{s_z} = [12,1 \% - 52,3 \%]$; $K_{s_r} = [18,4 \% - 35,2 \%]$.

Установлено, що найбільший коефіцієнт синергізму для лінійних характеристик жорсткості дорівнює 99,8% по координаті Z для ОПС другого типу за $\tau = 0,6$ с, $T = 0$. Найбільший коефіцієнт синергізму для нелінійних характеристик жорсткості дорівнює 165,2% по координаті Y для ОПС третього типу за $\tau = 3,6$ с, $T = 3,4$ с.

Отримані дані необхідно враховувати при визначенні нормативного експлуатаційного режиму об'єкта просторової структури. Ігнорування синергетичного ефекту в разі багатокоординатного вібронавантаження призводить до зниження довговічності й надійності об'єкта в експлуатації [10].

5.2.5 Коефіцієнти синергізму в умовах другого варіанта збудження об'єкта досліджень

У цьому випадку приймається другий варіант ударного збудження об'єкта досліджень за законом (5.5), коли на об'єкт діє двокоординатне ударне навантаження вигляду

$$V_{z_1}(t) = V_{z_2}(t) = \begin{cases} A, t \in [0, \tau] \\ 0, t \in (\tau, +\infty) \end{cases}, \quad V_{y_1}(t) = V_{y_2}(t) = \begin{cases} 0, t \in (0, T) \cup (T + \tau, +\infty) \\ A, t \in [T, T + \tau] \end{cases}. \quad (5.22)$$

Розглянуто окремо три типи завантаження об'єкта досліджень (маса адитивного елемента ОПС дорівнює відповідно: $m_a = 0$ кг, $m_a = 8050$ кг, $m_a = 13510$ кг), а також лінійний й нелінійний варіанти характеристик жорсткості елементів 7, 8 механічної схеми об'єкта випробувань (див. рис. 5.11). Отримано залежність коефіцієнтів синергізму $K_{s_i}(T, \tau)$ ($i = y, z, \theta, r$) від положення аналізованої точки у внутрішньому об'ємі корпусу об'єкта досліджень (центр мас ОПС, контрольні точки K_1, K_2).

Перший тип завантаження ОПС

На рисунках 5.21, а, б, в, г, д, е подано графічні характеристики максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5с.

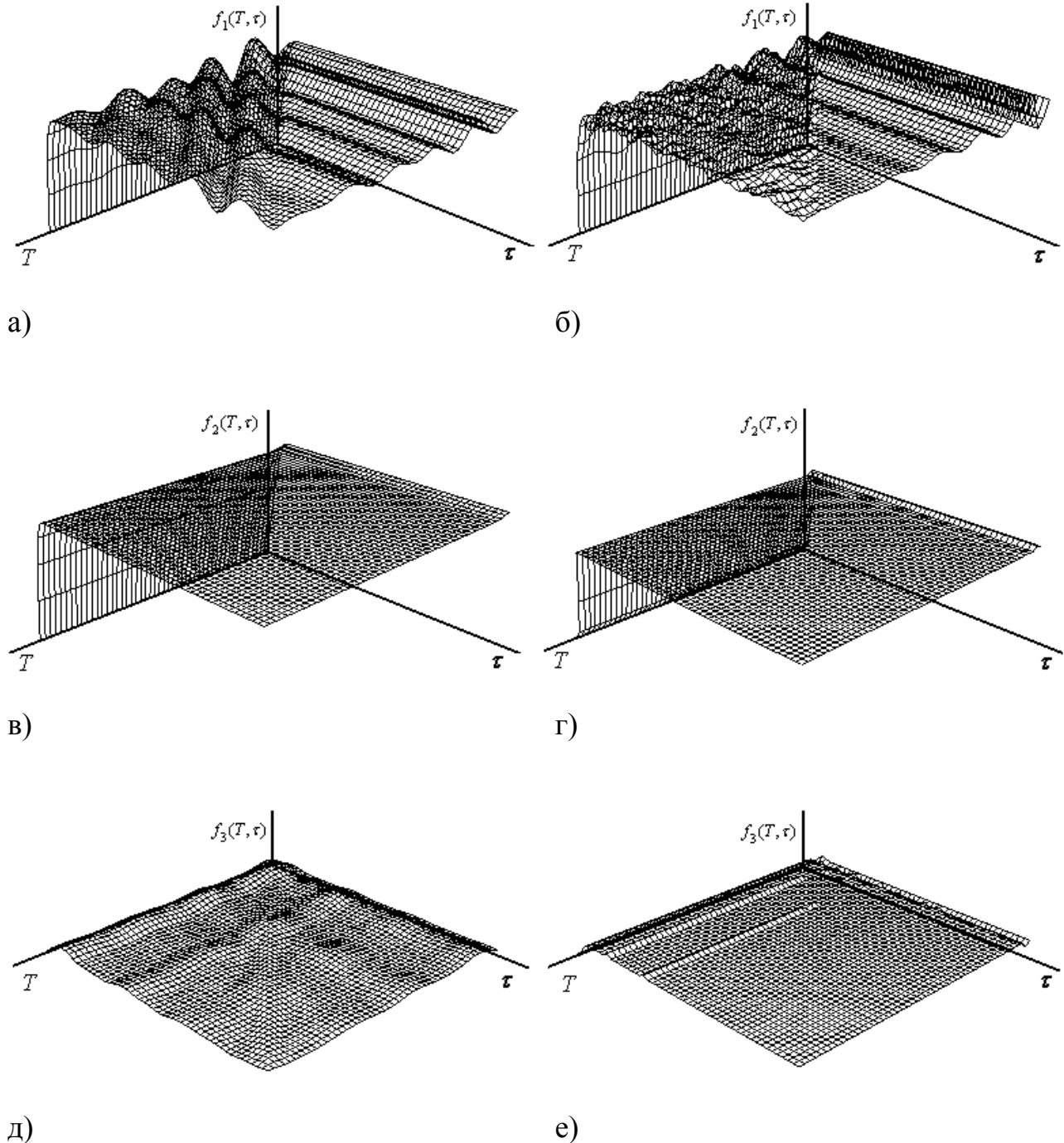


Рисунок 5.21 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:

а, б, в, г, д – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_1z, c_2z

На рисунках 5.22, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К1 (-3,2 м; 2,0 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.

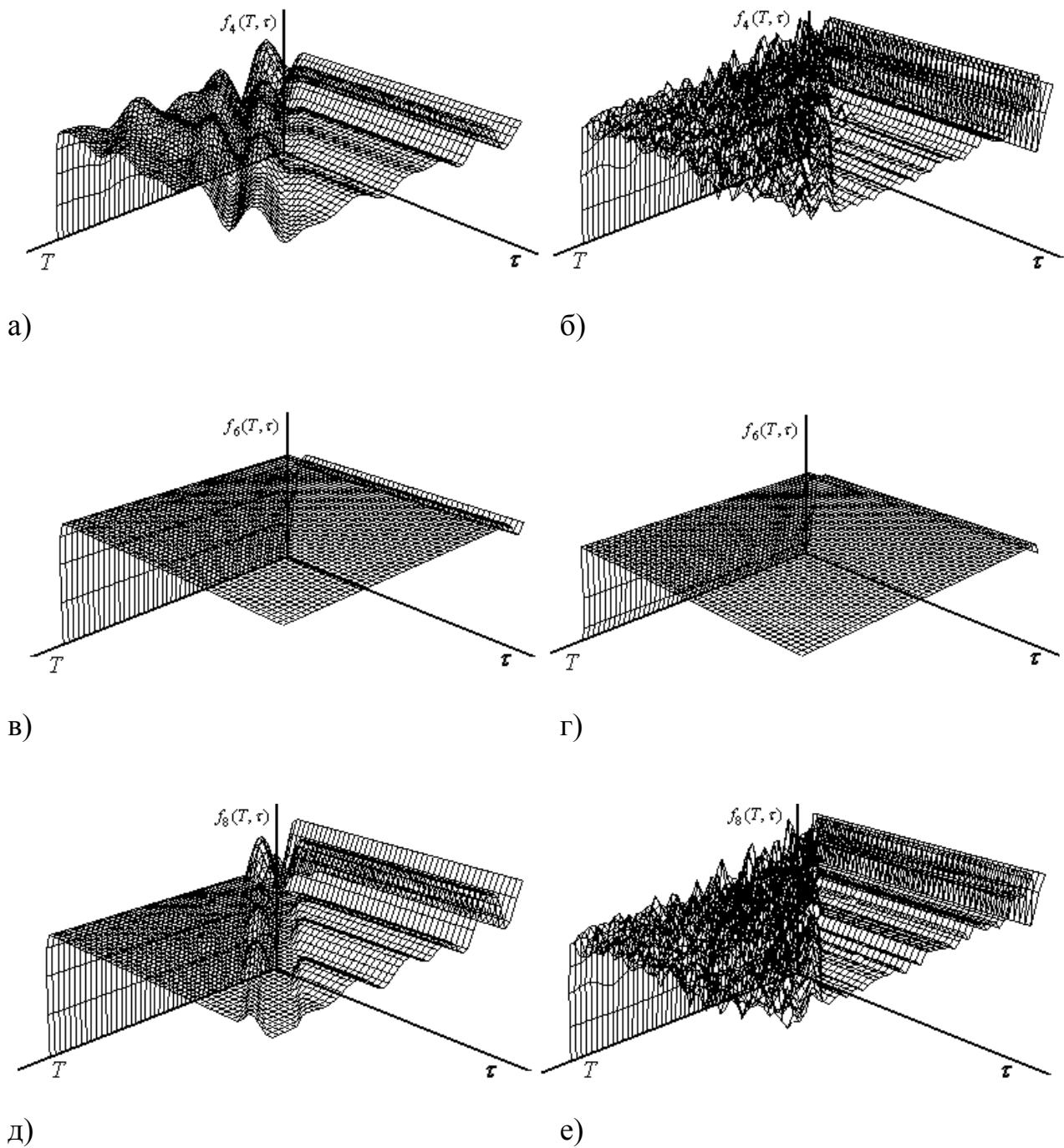
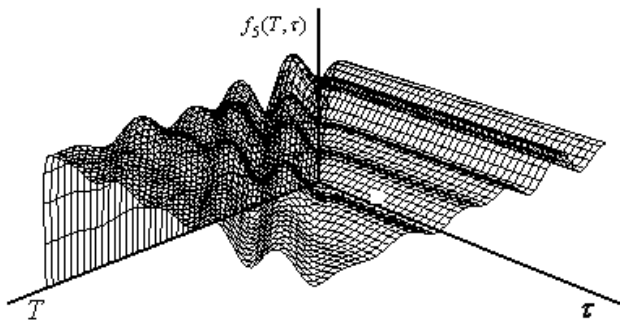
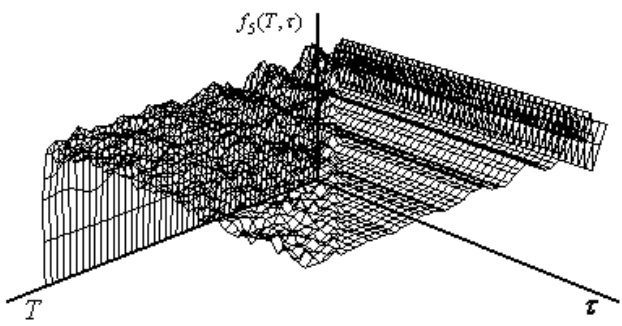


Рисунок 5.22 – Максимальні відхилення контрольної точки К₁ ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при
лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

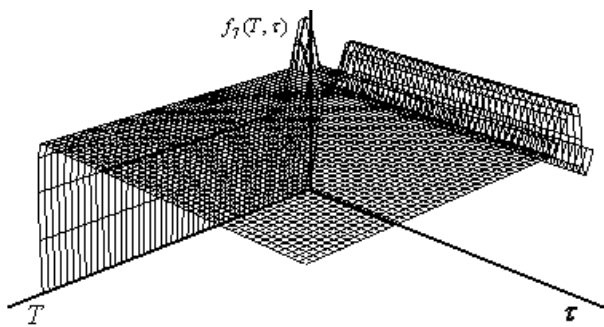
На рисунках 5.23, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К₂ (-6,0 м; 0,5 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.



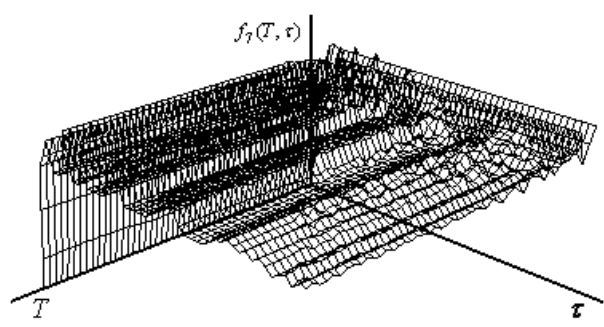
а)



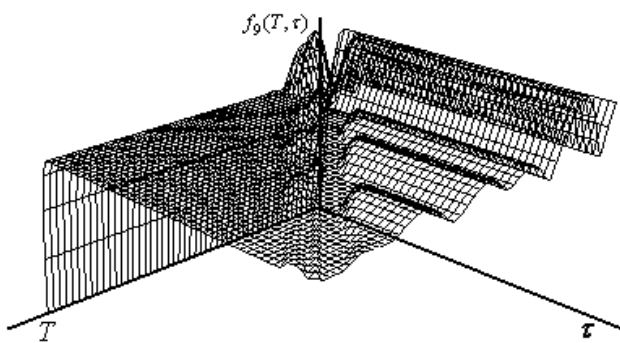
б)



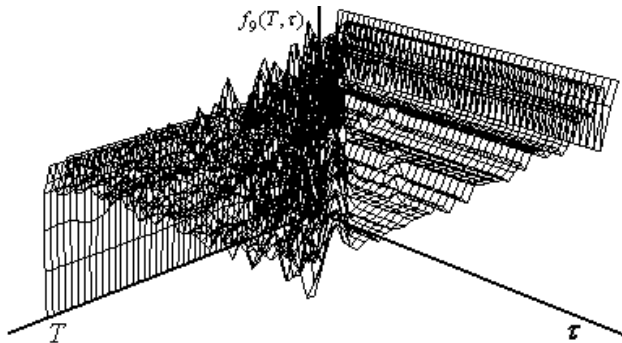
в)



г)



д)

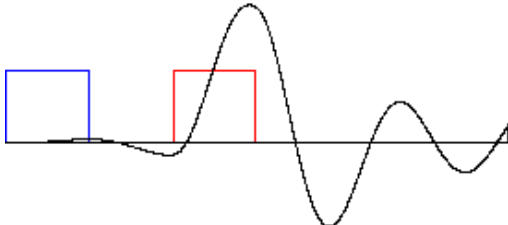
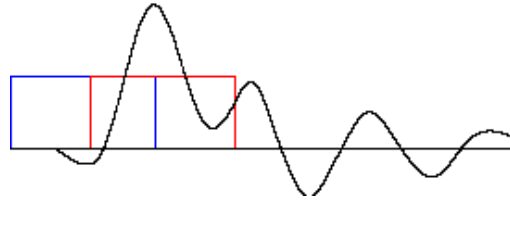


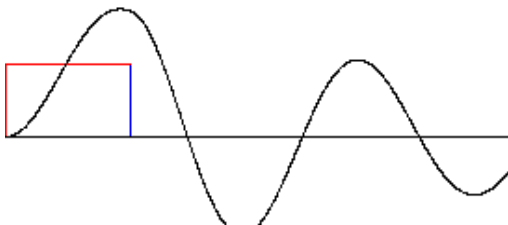
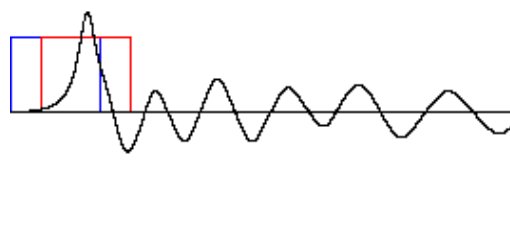
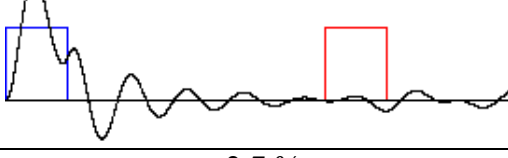
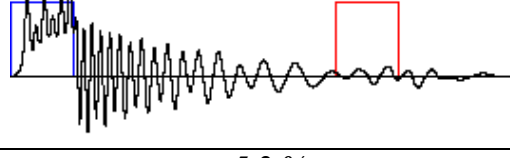
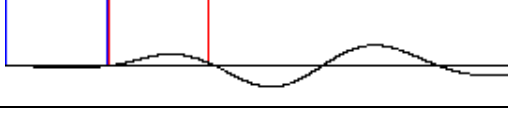
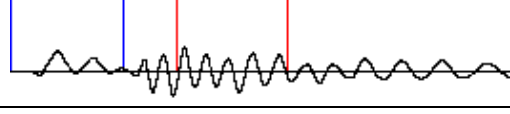
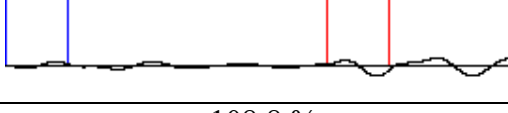



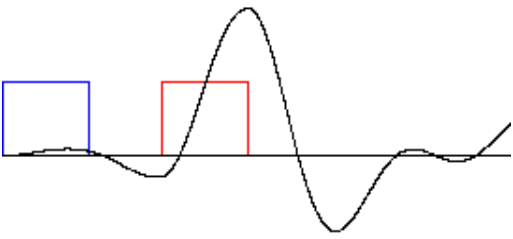
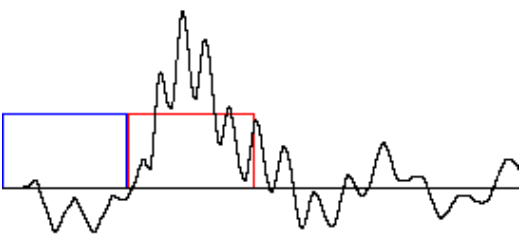
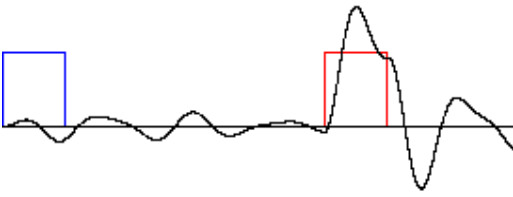
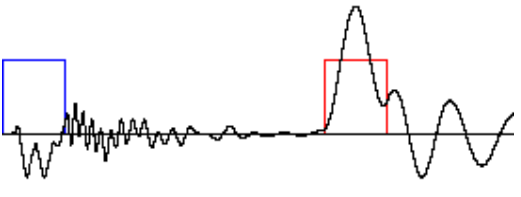
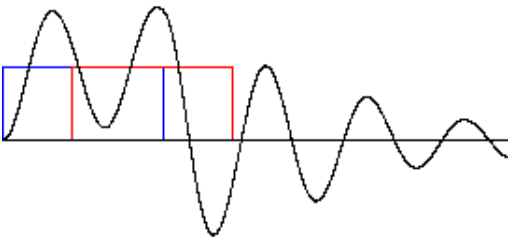
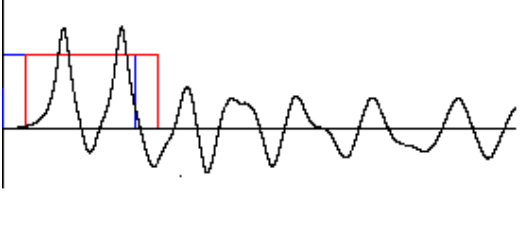
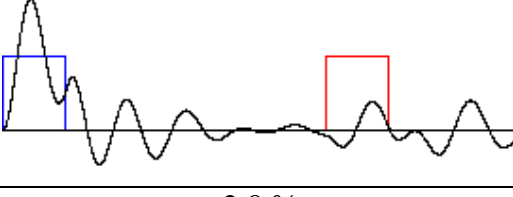
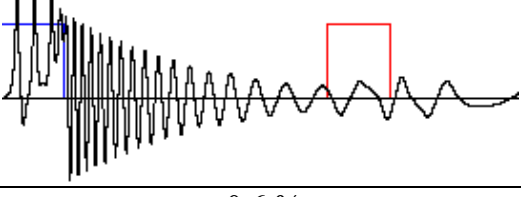
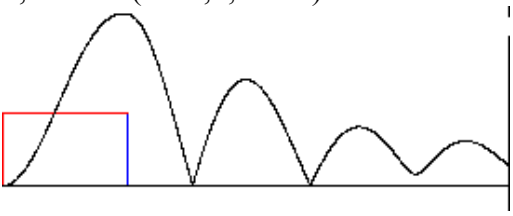
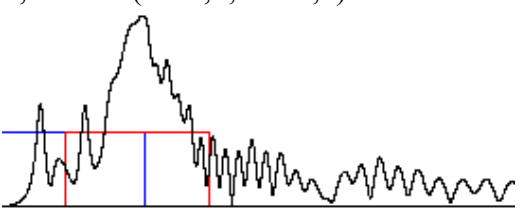
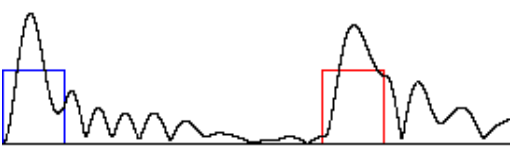
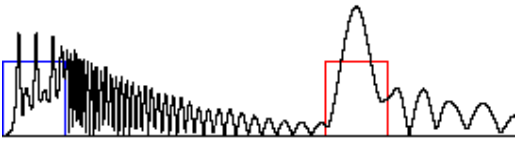
е)

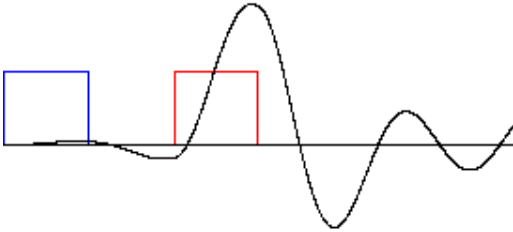
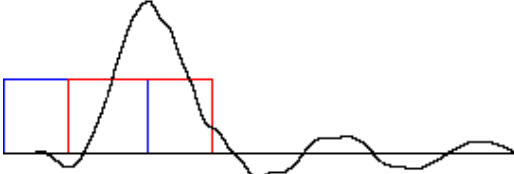
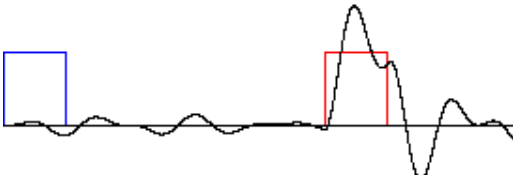
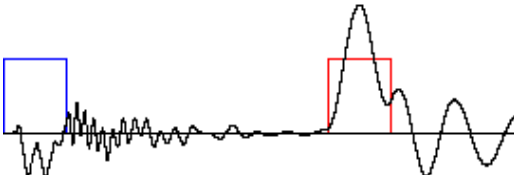
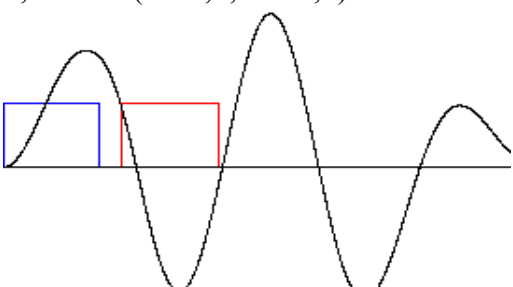
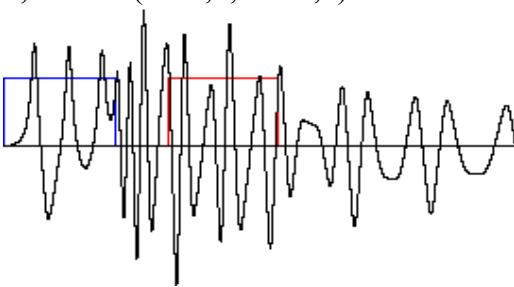
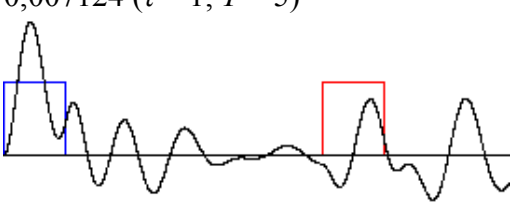
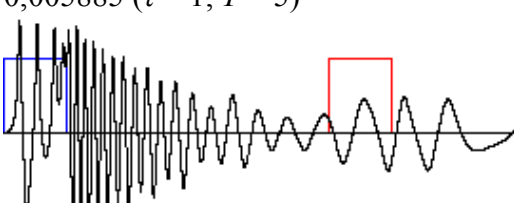
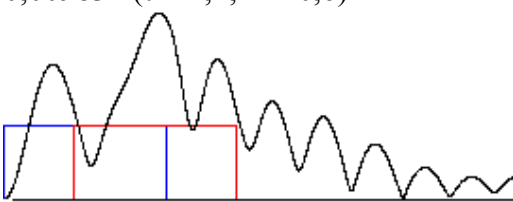

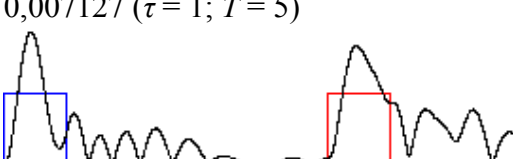
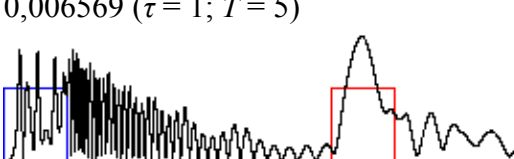
Рисунок 5.23 – Максимальні відхилення контрольної точки K_2 ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

У таблиці 5.4 наведено значення $\max X_i$, $\max X_i^*$, Ks_{X_i} для ОПС першого типу завантаження, водночас часові характеристики ударних навантажень T і τ варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.4 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС першого типу завантаження

Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,007462 ($\tau = 0,5; T = 1$) 	0,007788 ($\tau = 1,10; T = 0,6$) 
$\max Y^*$	0,006427 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006390 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_y	16,1 %	21,9 %
$\max Z$	0,006862 ($\tau = 0,5; T = 0$) 	0,005188 ($\tau = 0,3; T = 0,4$) 
$\max Z^*$	0,006682 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,004926 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_z	2,7 %	5,3 %
$\max \theta$	0,001133 ($\tau = 0,5; T = 0,5$) 	0,001263 ($\tau = 0,9; T = 1,3$) 
$\max \theta^*$	0,000543 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,001052 ($\tau = 1; T = 5$) 
Ks_θ	108,8 %	20,1 %

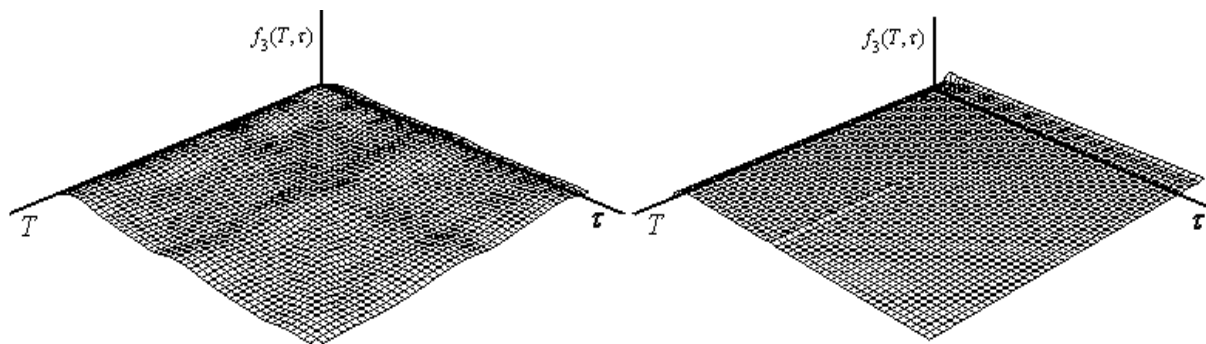
1	2	3
$K_1 (-3,2; 2)$		
$\max Y$	0,007783 ($\tau = 0,5; T = 0,9$) 	0,009322 ($\tau = 0,9; T = 0,9$) 
$\max Y^*$	0,006298 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006737 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	23,6 %	38,4 %
$\max Z$	0,007095 ($\tau = 1,4; T = 0,6$) 	0,005431 ($\tau = 0,6; T = 0,1$) 
$\max Z^*$	0,006901 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005401 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	2,8 %	0,6 %
$\max r$	0,009231 ($\tau = 0,5; T = 0$) 	0,010034 ($\tau = 0,9; T = 0,4$) 
$\max r^*$	0,006908 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006791 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	32,6 %	47 %

1	2	3
$K_2 (-6; 0,5)$		
$\max Y$	0,007507 ($\tau = 0,5; T = 1$) 	0,007992 ($\tau = 0,9; T = 0,4$) 
$\max Y^*$	0,006375 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006451 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	17,8 %	23,9 %
$\max Z$	0,009368 ($\tau = 0,5; T = 0,6$) 	0,007956 ($\tau = 0,9; T = 1,3$) 
$\max Z^*$	0,007124 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005885 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	31,5 %	35,2 %
$\max r$	0,009832 ($\tau = 1,4; T = 0,6$) 	0,010432 ($\tau = 1,9; T = 1,6$) 
$\max r^*$	0,007127 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006569 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	38,0%	58,8%

Другий тип завантаження ОПС

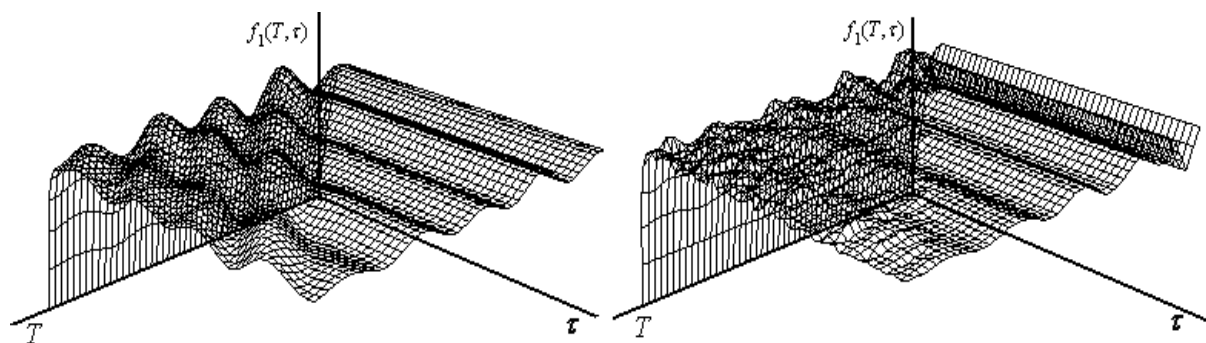
Другий тип ОПС має такі параметри: маса узагальненого інерційного елемента ОПС $M = m_o + m_a = 17500 + 8050 = 25050$ кг.

На рисунках 5.24, а, б, в, г, д, е подано графічні характеристики максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.



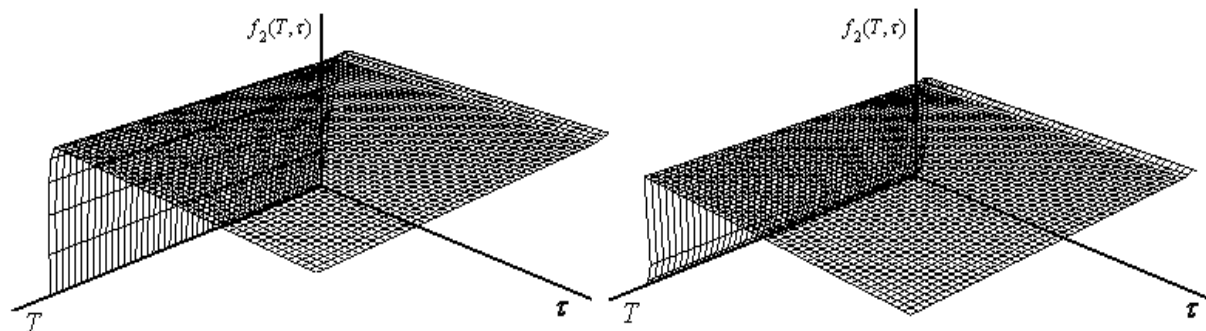
а)

б)



в)

г)



д)

е)

Рисунок 5.24 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при
лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

На рисунках 5.25, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_1 (-3,2 м; 2,0 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.

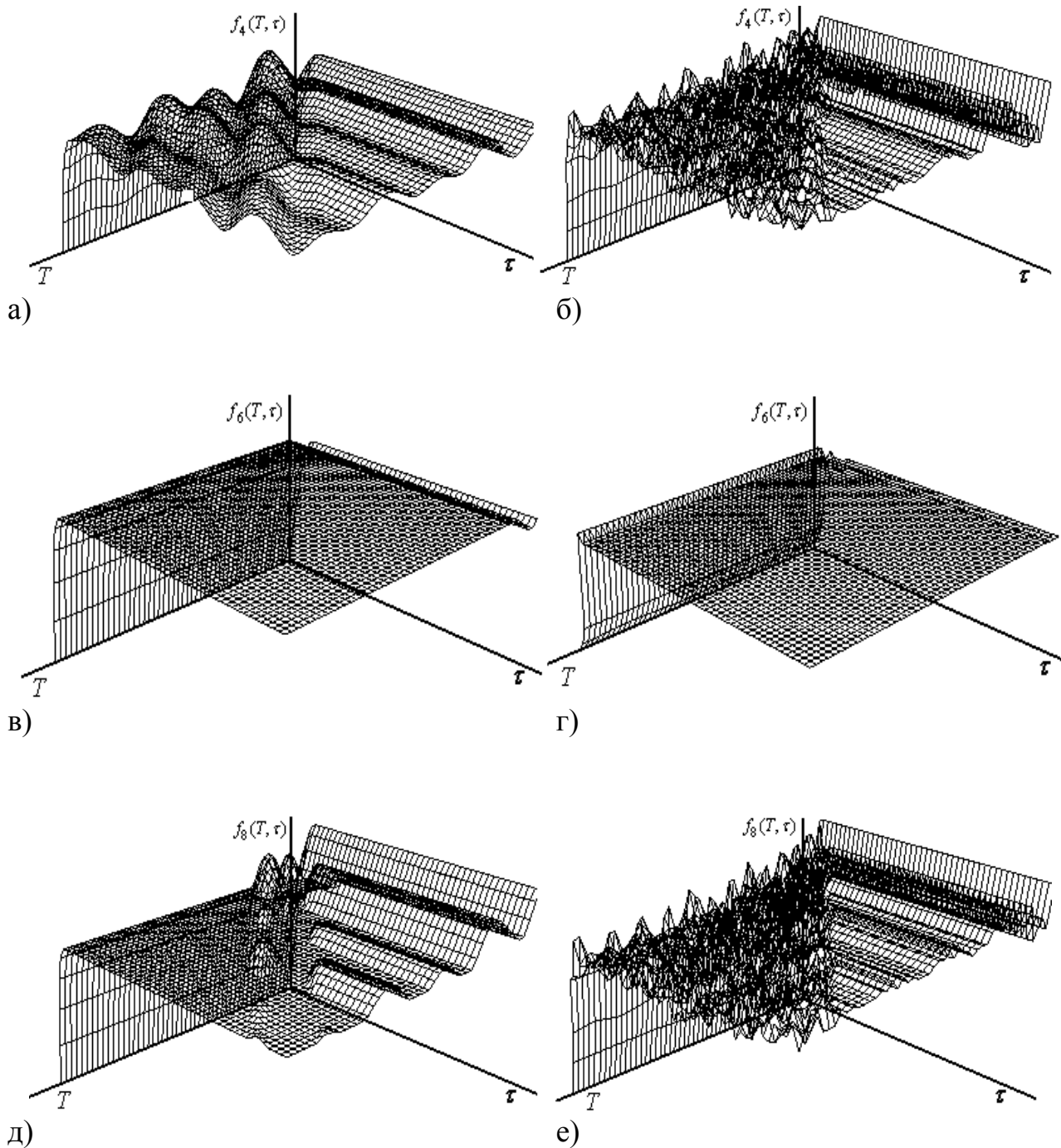
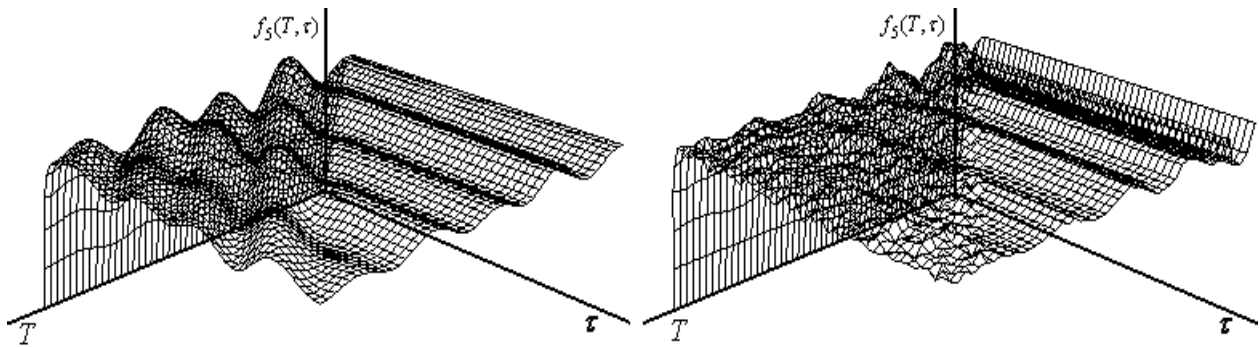


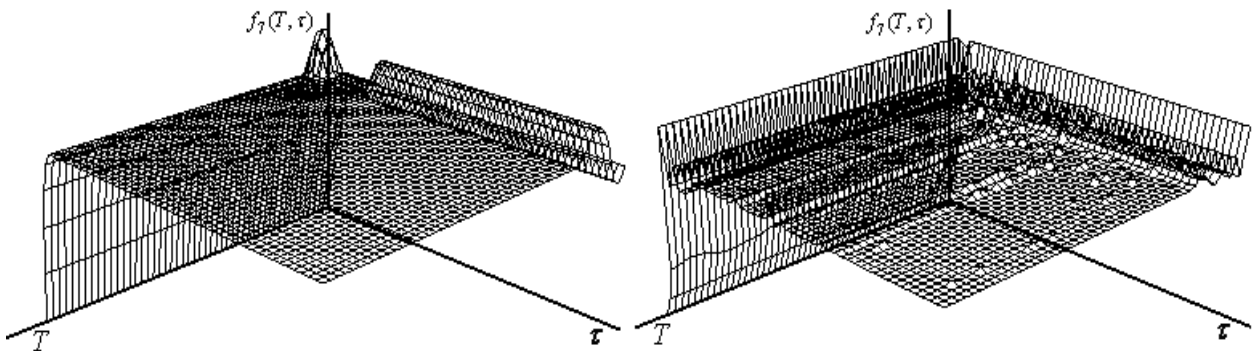
Рисунок 5.25 – Максимальні відхилення контрольної точки K_1 ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення координат Y, Z, θ відповідно при лінійних і
нелінійних характеристиках жорсткостей c_1z, c_2z

На рисунках 5.26, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_2 (-6,0 м; 0,5 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.



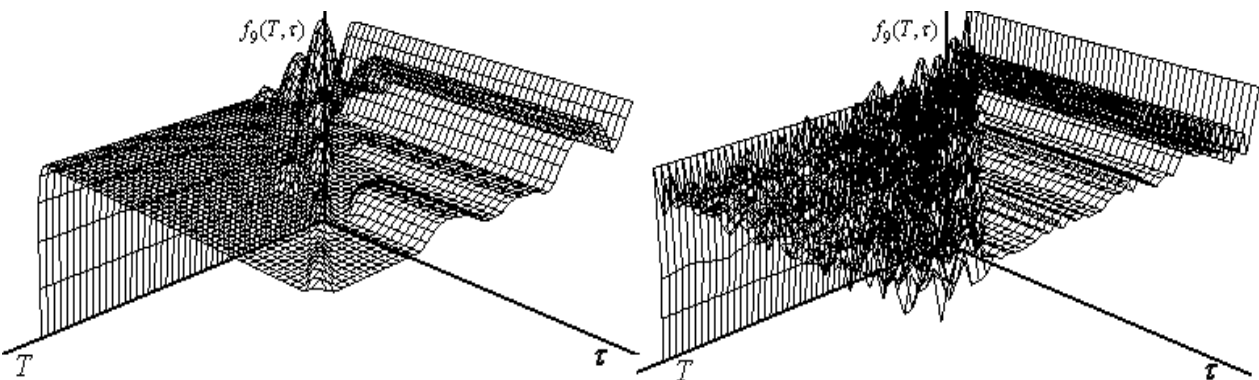
а)

б)



в)

г)



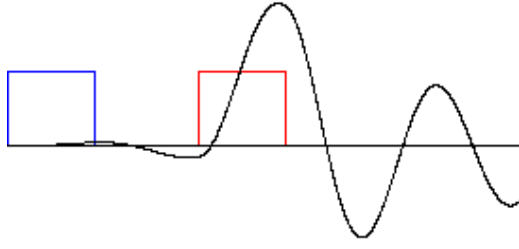
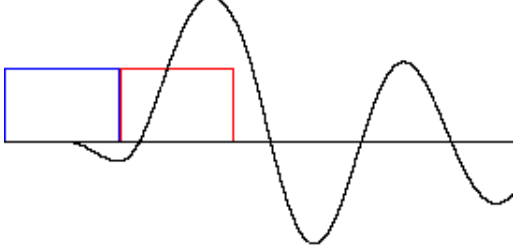
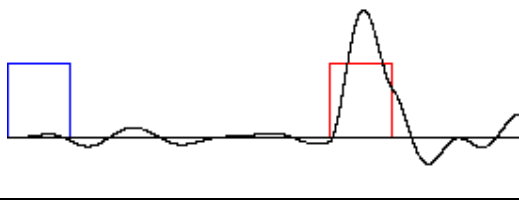
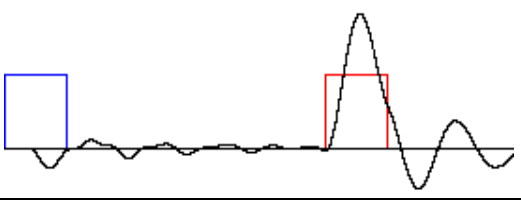
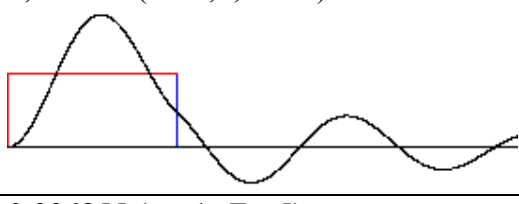
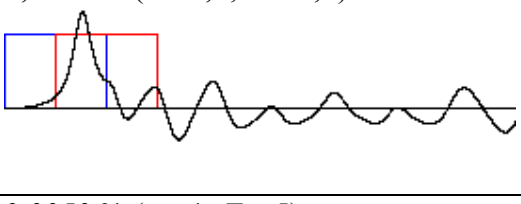
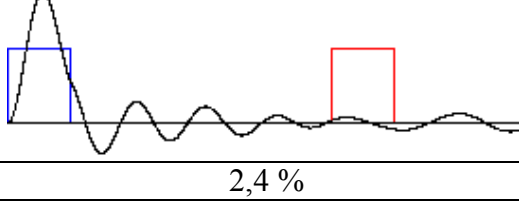
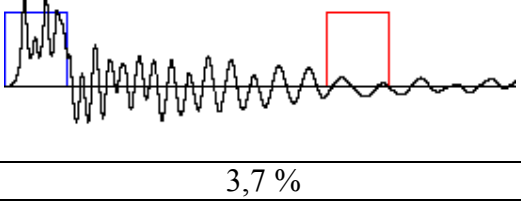
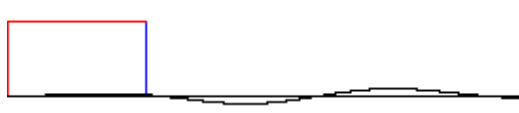
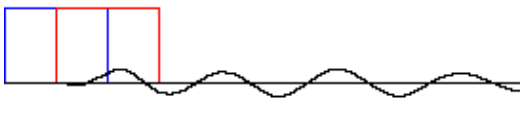
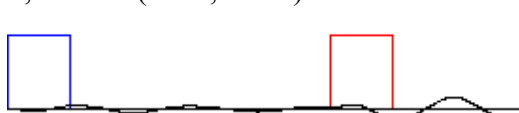
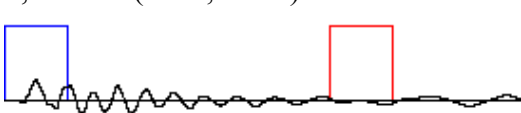
д)

е)

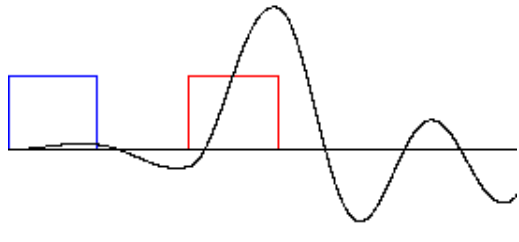
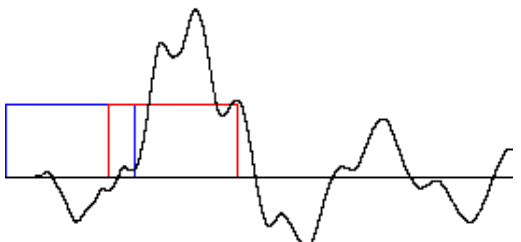
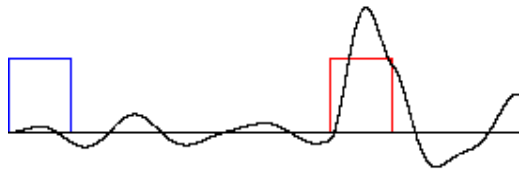
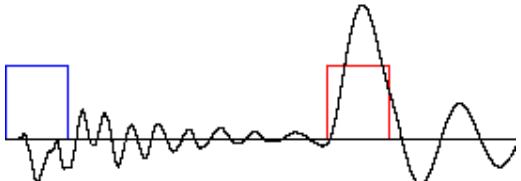
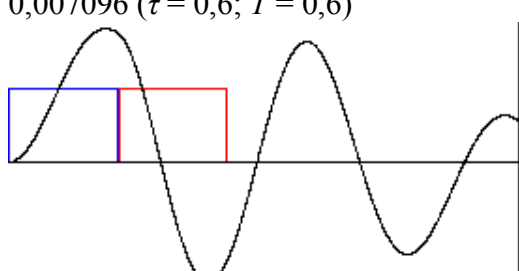
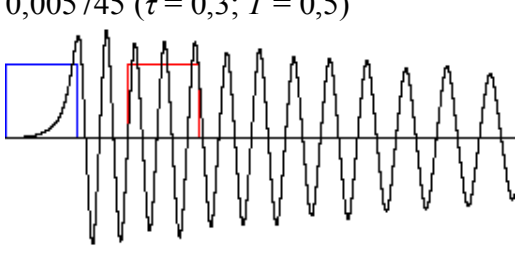
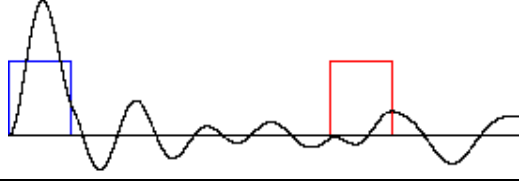
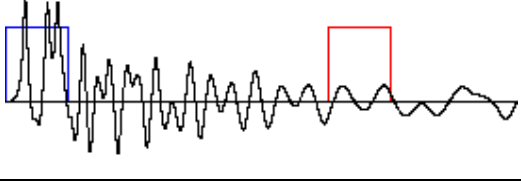
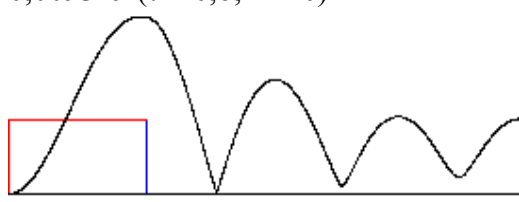
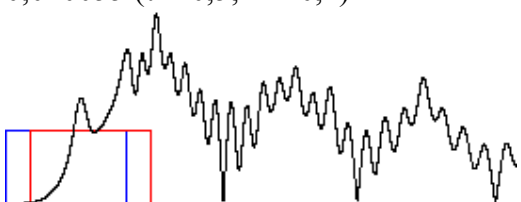
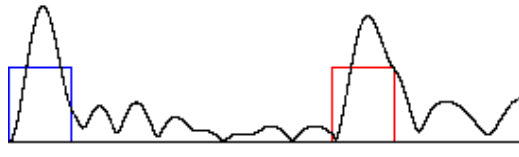
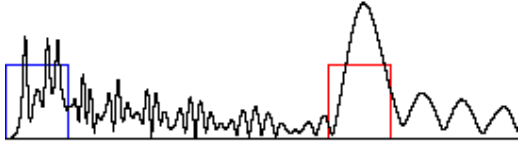
Рисунок 5.26 – Максимальні відхилення контрольної точки K_2 ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y , Z , θ відповідно при
лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z} , c_{2z}

У таблиці 5.5 наведено значення $\max X_i$, $\max X_i^*$, K_{s_i} для ОПС другого типу завантаження, крім того, часові характеристики ударних навантажень T і τ варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.5 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС другого типу завантаження

Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,007483 ($\tau = 0,6; T = 1,3$) 	0,007775 ($\tau = 0,7; T = 0,7$) 
$\max Y^*$	0,006734 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007115 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{s_y}	11,1 %	9,3 %
$\max Z$	0,007017 ($\tau = 0,6; T = 0$) 	0,005246 ($\tau = 0,4; T = 0,2$) 
$\max Z^*$	0,006855 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005061 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{s_z}	2,4 %	3,7 %
$\max \theta$	0,000940 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,001267 ($\tau = 0,4; T = 0$) 
$\max \theta^*$	0,000615 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,001102 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{s_θ}	52,8 %	14,9 %

Продовження таблиці 5.5

1	2	3
$K_1 (-3,2; 2)$		
$\max Y$	0,007559 ($\tau = 0,6; T = 1,2$) 	0,009012 ($\tau = 0,9; T = 0,7$) 
$\max Y^*$	0,006567 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007148 ($\tau = 1; T = 5$) 
KS_y	15,1 %	26,1 %
$\max Z$	0,007096 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,005745 ($\tau = 0,3; T = 0,5$) 
$\max Z^*$	0,007096 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005411 ($\tau = 1; T = 5$) 
KS_z	0,0 %	6,2 %
$\max r$	0,009349 ($\tau = 0,6; T = 0$) 	0,010055 ($\tau = 0,5; T = 0,1$) 
$\max r^*$	0,007103 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,0071600 ($\tau = 1; T = 5$) 
KS_r	31,6 %	40,4 %

1	2	3
$K_2(-6; 0,5)$		
$\max Y$	0,007475 ($\tau = 0,6; T = 1,3$) 	0,007904 ($\tau = 0,9; T = 0,7$)
$\max Y^*$	0,006690 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007122 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_y}	11,7 %	11,0 %
$\max Z$	0,009088 ($\tau = 0,6; T = 0,7$) 	0,007900 ($\tau = 0,3; T = 0,5$)
$\max Z^*$	0,007321 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006301 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_z}	24,1 %	25,4 %
$\max r$	0,009616 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,010591 ($\tau = 0,5; T = 0,1$)
$\max r^*$	0,007324 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007131 ($\tau = 1; T = 5$)
K_{S_r}	31,3 %	48,5 %

Третій тип завантаження ОПС

Третій тип ОПС має такі параметри: маса узагальненого інерційного елемента ОПС $M = m_{\bar{o}} + m_a = 17500 + 13510 = 30\,510$ кг.

На рисунках 5.27, а, б, в, г, д, е подано графічні характеристики максимальних відхилень координат центра мас ОПС від стану рівноваги при варіюванні τ і T у межах від 0 до 5 с.

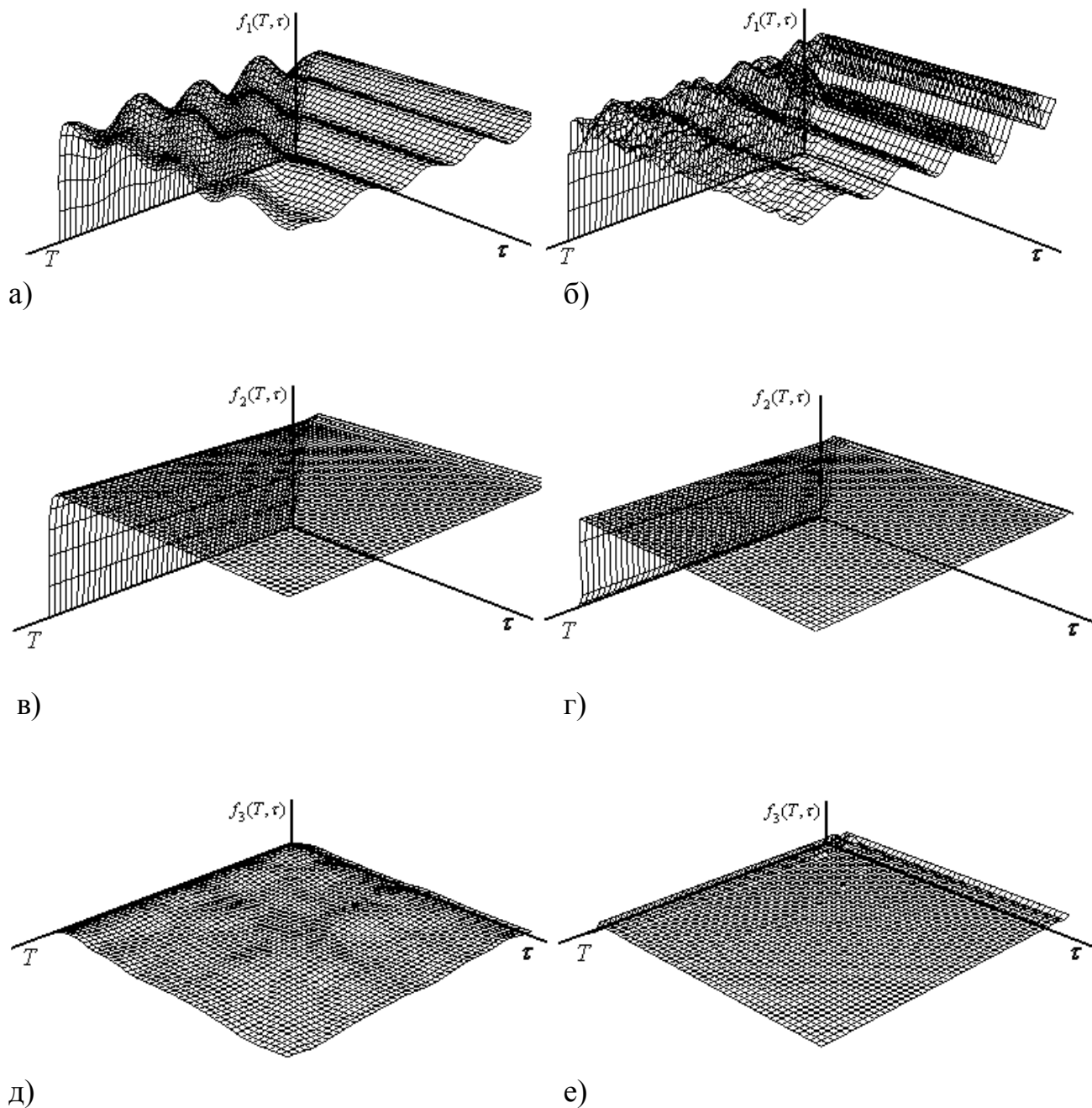


Рисунок 5.27 – Максимальні відхилення центра мас ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y , Z , θ відповідно при лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z} , c_{2z}

На рисунках 5.28, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки K_1 (-3,2 м; 2,0 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5 с.

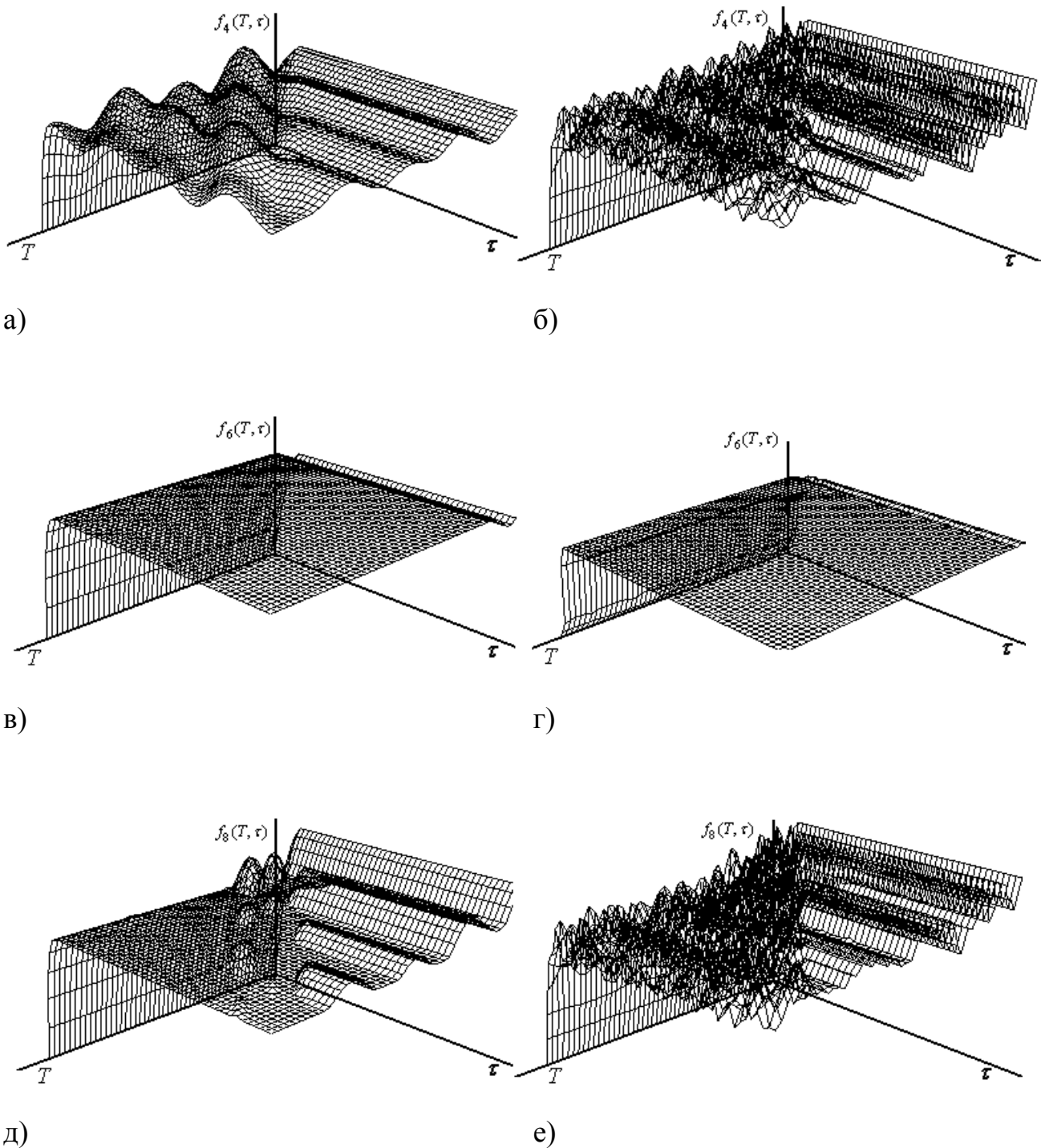
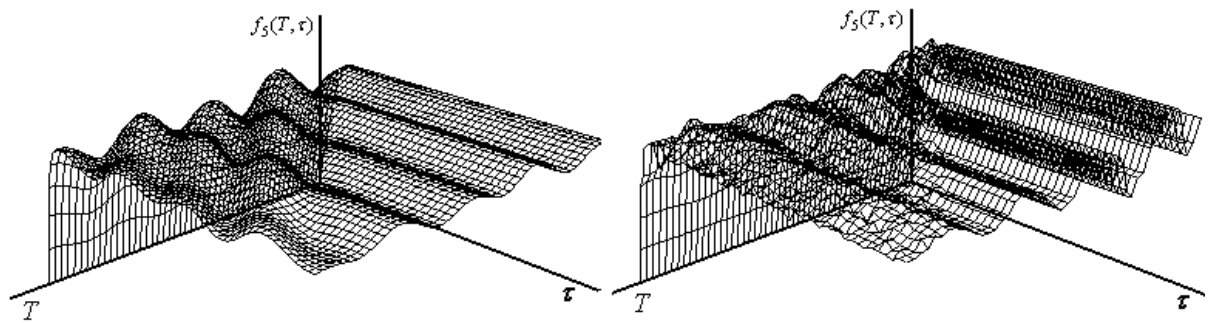


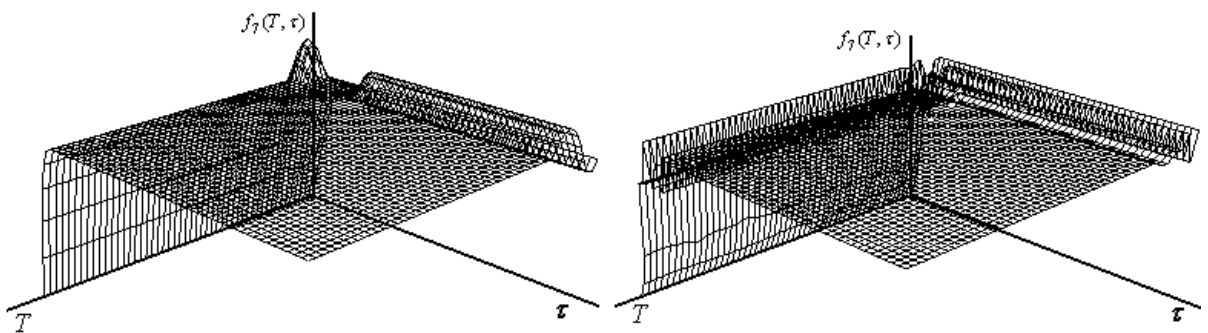
Рисунок 5.28 – Максимальні відхилення контрольної точки K_1 ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення в напрямку координат Y, Z, θ відповідно при
лінійних і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z}, c_{2z}

На рисунках 5.29, а, б, в, г, д, е подано графіки максимальних відхилень координат контрольної точки К2 (-6,0 м; 0,5 м) ОПС від стану рівноваги при варіюванні T і τ у межах від 0 до 5с.



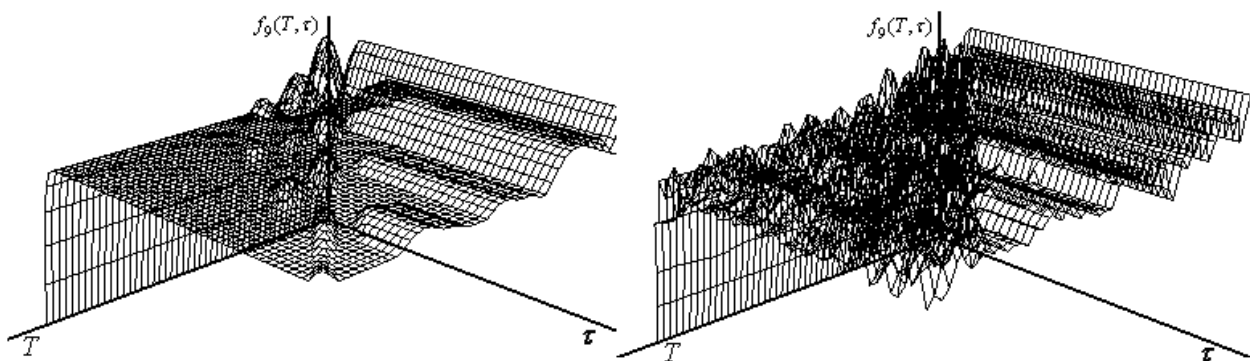
а)

б)



в)

г)



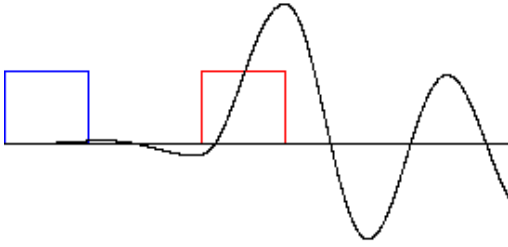
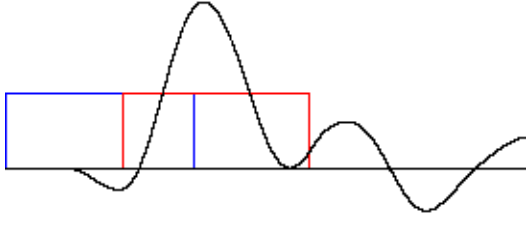
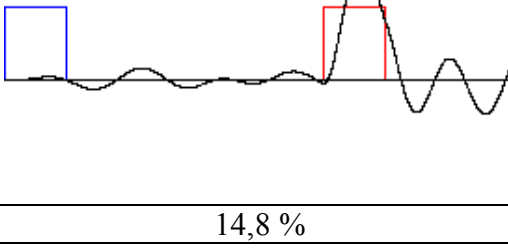
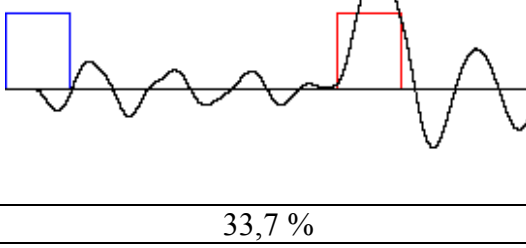
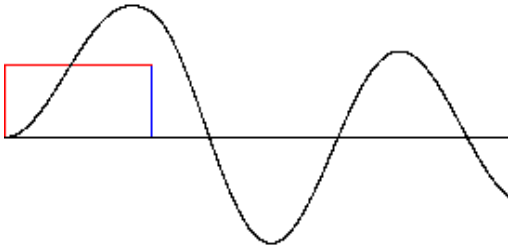
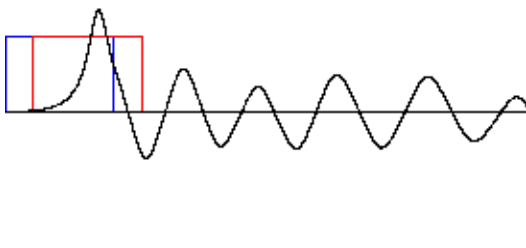
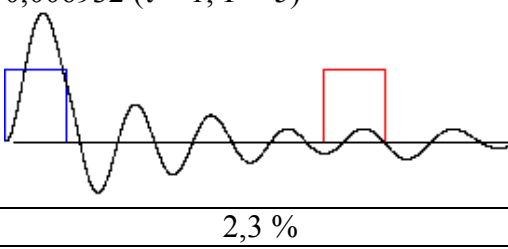
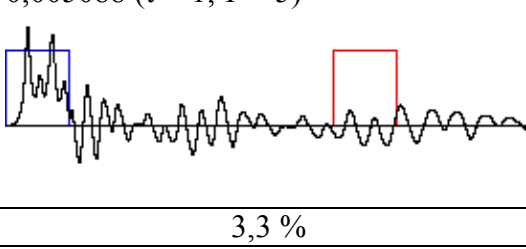
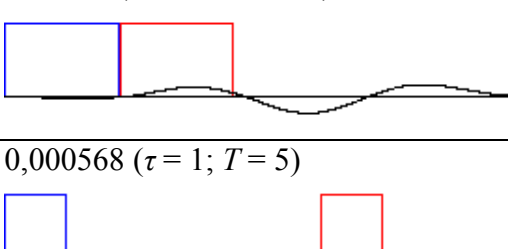
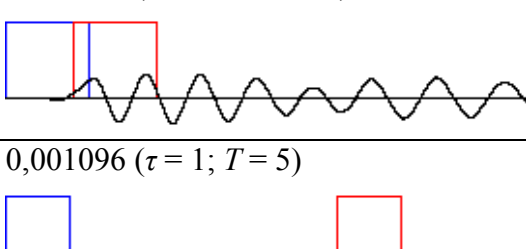
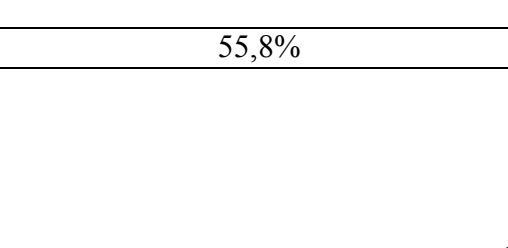
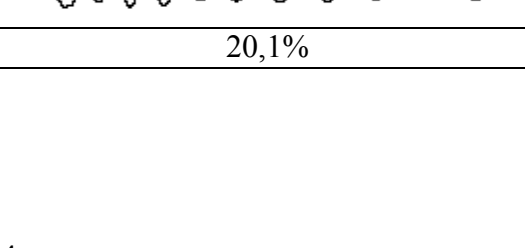
д)

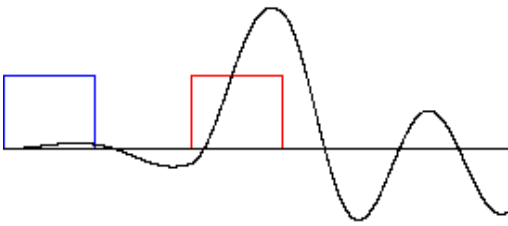
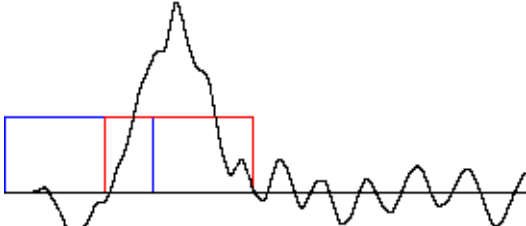
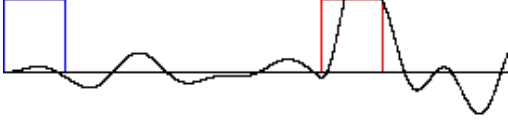
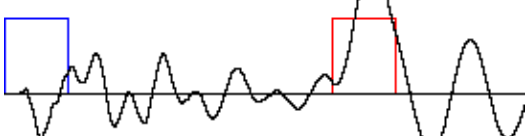
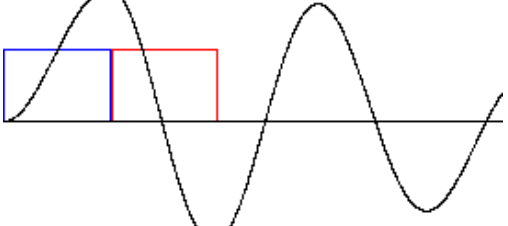
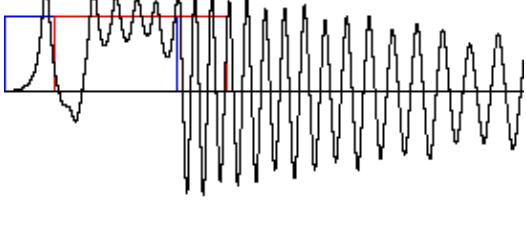
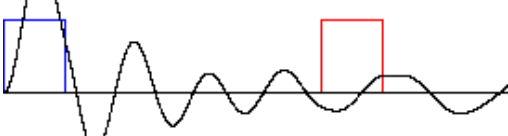
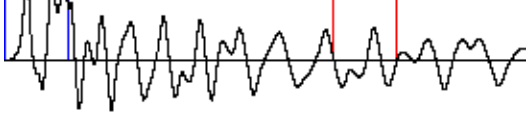
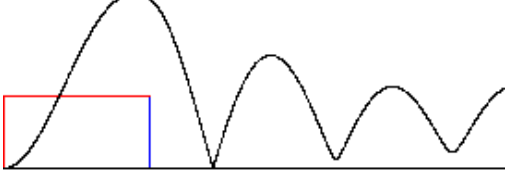
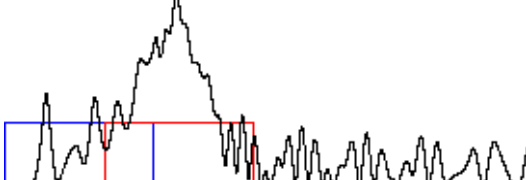

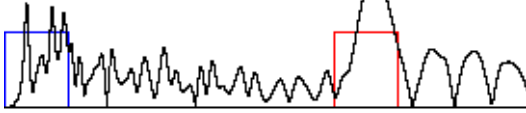
е)

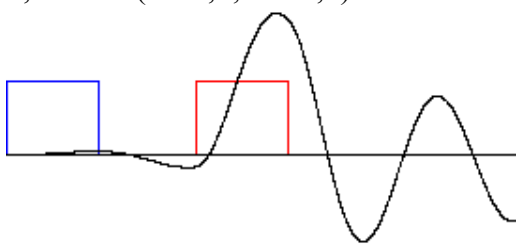
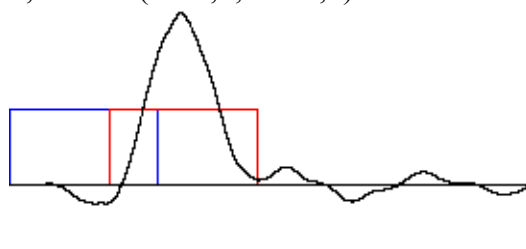
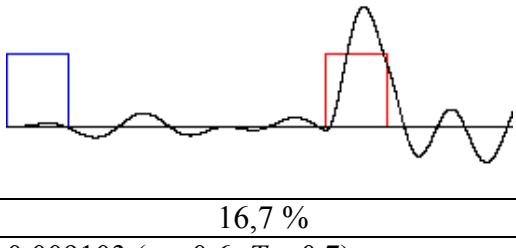
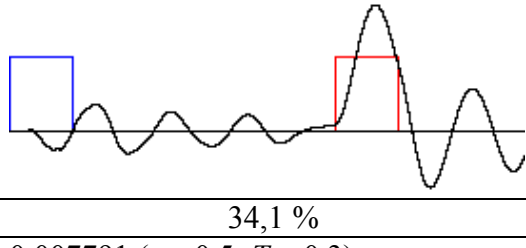
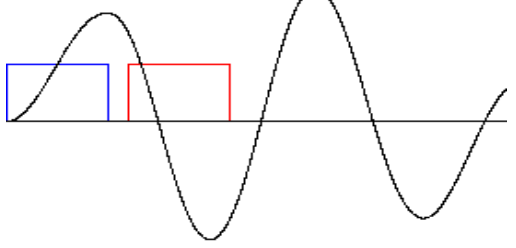
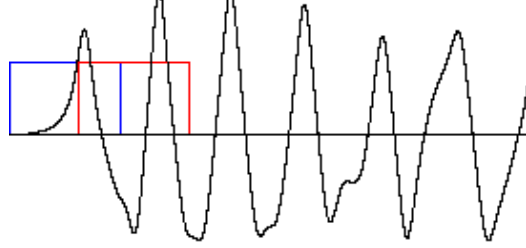
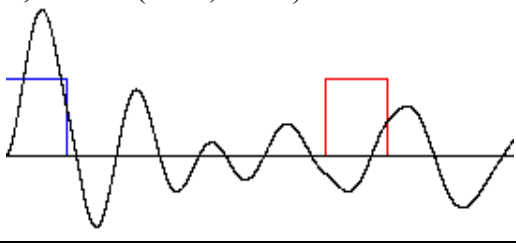
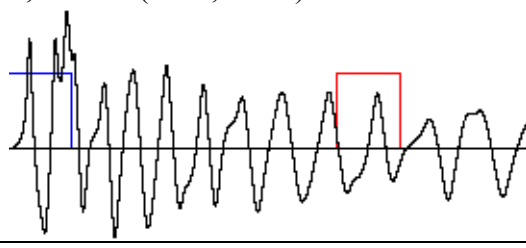
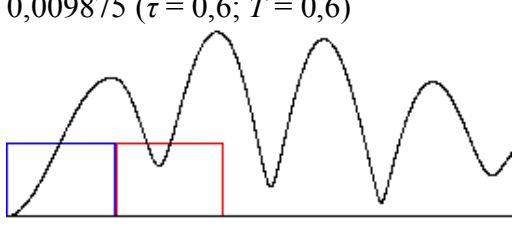
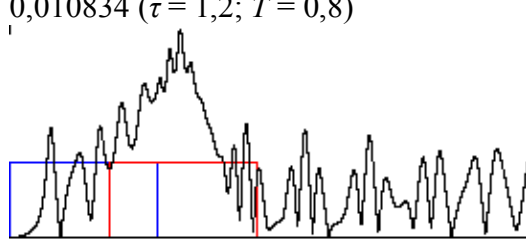
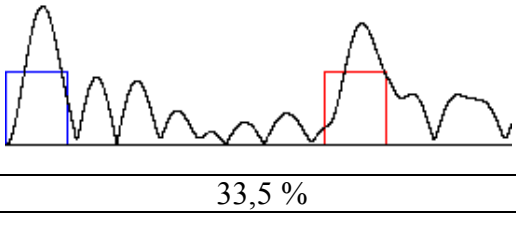
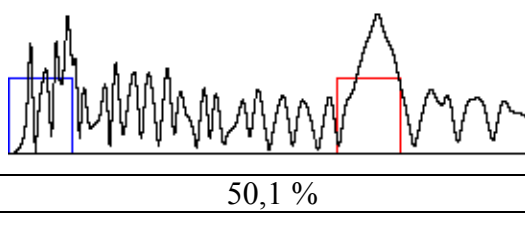
Рисунок 5.29 – Максимальні відхилення контрольної точки К₂ ОПС:
а, б, в, г, д, е – відхилення координат Y , Z , θ відповідно при лінійних
і нелінійних характеристиках жорсткостей c_{1z} , c_{2z}

У таблиці 5.6 наведено значення $\max X_i$, $\max X_i^*$, $K_{S_{X_i}}$ для ОПС третього типу завантаження, крім того, часові характеристики ударних навантажень T і τ варіюються в межах від 0 до 5 с.

Таблиця 5.6 – Коефіцієнти синергетичного ефекту для ОПС третього типу завантаження

Центр мас		
1	2	3
	c_{1z}, c_{2z} – лінійні	c_{1z}, c_{2z} – нелінійні
$\max Y$	0,007514 ($\tau = 0,6; T = 1,4$) 	0,008649 ($\tau = 1,3; T = 0,8$) 
$\max Y^*$	0,006543 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006467 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_y}	14,8 %	33,7 %
$\max Z$	0,007089 ($\tau = 0,7; T = 0$) 	0,005257 ($\tau = 0,4; T = 0,1$) 
$\max Z^*$	0,006932 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005088 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	2,3 %	3,3 %
$\max \theta$	0,00884 ($\tau = 0,7; T = 0,7$) 	0,001317 ($\tau = 0,5; T = 0,4$) 
$\max \theta^*$	0,000568 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,001096 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_θ}	55,8%	20,1%

1	2	2
$K_1 (-3,2; 2)$		
$\max Y$	0,007528 ($\tau = 0,7; T = 1,4$) 	0,009839 ($\tau = 1,2; T = 0,8$) 
$\max Y^*$	0,006040 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007238 ($\tau = 1; T = 5$) 
y	24,6 %	35,9 %
$\max Z$	0,007175 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,005481 ($\tau = 1,4; T = 0,4$) 
$\max Z^*$	0,007175 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,005409 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	0,0 %	1,3 %
$\max r$	0,009426 ($\tau = 0,7; T = 0$) 	0,010786 ($\tau = 1,2; T = 0,8$) 
$\max r^*$	0,007181 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007438 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	31,3%	45,0%

1	2	3
$K_2(-6; 0,5)$		
$\max Y$	0,007508 ($\tau = 0,7; T = 1,4$) 	0,008890 ($\tau = 1,2; T = 0,8$) 
$\max Y^*$	0,006432 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,006629 ($\tau = 1; T = 5$) 
y	16,7 %	34,1 %
$\max Z$	0,009103 ($\tau = 0,6; T = 0,7$) 	0,007791 ($\tau = 0,5; T = 0,3$) 
$\max Z^*$	0,007398 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007101 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_z}	23,1 %	9,7 %
$\max r$	0,009875 ($\tau = 0,6; T = 0,6$) 	0,010834 ($\tau = 1,2; T = 0,8$) 
$\max r^*$	0,007400 ($\tau = 1; T = 5$) 	0,007218 ($\tau = 1; T = 5$) 
K_{S_r}	33,5 %	50,1 %

Аналіз наведених у таблицях 5.4, 5.5, 5.6 результатів досліджень показали, що для розглянутого в роботі об'єкта просторової структури коефіцієнти синергізму K_{S_y} , K_{S_z} , K_{S_r} змінюються в таких межах:

Об'єкт просторової структури першого типу навантаження

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:

$$K_{S_y} = [16,1 \% - 23,6 \%]; K_{S_z} = [2,7 \% - 31,5 \%]; K_{S_r} = [33,6 \% - 108,8 \%].$$

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:

$$K_{S_y} = [21,9 \% - 38,4 \%]; K_{S_z} = [0,6 \% - 35,2 \%]; K_{S_r} = [20,1 \% - 58,8 \%].$$

Об'єкт просторової структури другого типу навантаження

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:

$$K_{S_y} = [11,1 \% - 15,1 \%]; K_{S_z} = [0,0 \% - 24,1 \%]; K_{S_r} = [31,3 \% - 52,8 \%].$$

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:

$$K_{S_y} = [9,3 \% - 26,1 \%]; K_{S_z} = [3,7 \% - 25,4 \%]; K_{S_r} = [14,9 \% - 48,5 \%].$$

Об'єкт просторової структури третього типу навантаження

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – лінійні:

$$K_{S_y} = [14,8 \% - 24,6 \%]; K_{S_z} = [0,0 \% - 23,1 \%]; K_{S_r} = [31,3 \% - 55,8 \%].$$

– коефіцієнти жорсткості c_{1z} , c_{2z} пружних елементів – нелінійні:

$$K_{S_y} = [33,7 \% - 35,9 \%]; K_{S_z} = [1,3 \% - 9,7 \%]; K_{S_r} = [20,1 \% - 50,1 \%].$$

Установлено, що найбільший коефіцієнт синергізму для лінійних характеристик жорсткості дорівнює 108,8 % по координаті θ для об'єкта просторової структури першого типу завантаження за таких часових характеристик ударних впливів: $\tau = 0,5$ с.; $T = 0,5$ с.

Найбільший коефіцієнт синергізму для нелінійних характеристик жорсткості дорівнює 33,7 % по координаті Y для об'єкта просторової структури третього типу завантаження за таких часових характеристик ударних впливів: $\tau = 1,3$ с., $T = 0,8$ с.

Отримані дані необхідно враховувати при визначенні нормативного експлуатаційного режиму об'єкта просторової структури. Ігнорування синергетичного ефекту багатокоординатного ударного навантаження стосовно об'єктів просторової структури призводить до зниження довговічності і надійності ОПС в експлуатації [7 – 20].

РОЗДІЛ 6

МЕТОДИ ТА УСТАНОВКИ ВИПРОБУВАНЬ НА БАГАТОКООРДИНАТНИЙ ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ

У цьому розділі монографії проведено комплексний розгляд проблеми створення методів і засобів просторового віброзбудження для задач динамічних випробувань об'єктів на вібронадійність за багатокоординатного зовнішнього механічного впливу. Зазначені методи і засоби подані у вигляді узагальненої методики й досліджені з погляду задоволення складових їхніх параметрів меті випробувань.

Дано теоретичне обґрунтування сфер застосування і ефективності стендових випробувань на вібростійкість і віброміцність при двох (трьох) координатному навантаженні. Уведено нове поняття «граничний просторовий резонанс» під час випробувань об'єктів на вібростійкість.

Доведена ефективність методів та установок випробувань на багатокоординатний зовнішній вплив, що реалізують механічне навантаження ОПС у режимі синергетичного ефекту.

6.1 Метод створення установок для випробувань на зовнішній вплив

У роботах [1, 3, 5, 6, 18] показано, що на практиці метод створення установок для стендових випробувань об'єктів просторової структури на зовнішній вібраційний вплив встановлює залежність структурної схеми установки від розмірності і законів зміни в часі вектора багатокоординатної експлуатаційної вібрації, конструктивної схеми випробовуваного об'єкта, критеріїв його нормального функціонування і відмов, методу стендових випробувань, способів завдання і відтворення на установці зовнішнього впливу, конструктивної схеми стенда, геометричних розмірів платформи, випробовуваного об'єкта і пристосування для його установки на платформі, типів вібровимірювальних перетворювачів, коефіцієнтів їхнього поперечного перетворення і т.п.

В основу методу покладена схема установки, що впливає з узагальнення результатів робіт [1, 3, 5, 6, 11, 18, 22, 73] і наведена на рисунку 6.1.

З огляду на рисунок 6.1, завдання створення установок для стендових випробувань об'єктів на зовнішній вплив доцільно з позицій системного аналізу [1, 18] представити сукупністю таких взаємозалежних стадій: розроблення конструктивної схеми стенда та розроблення структурної схеми установки. Стадія розроблення конструктивної схеми стенда є найбільш трудомісткою і охоплює етапи: аналізу, обґрунтування коректності стендових випробувань, розроблення методу випробувань, обґрунтування способу завдання і відтворення стендового зовнішнього впливу, розроблення конструктивної схеми стенда.

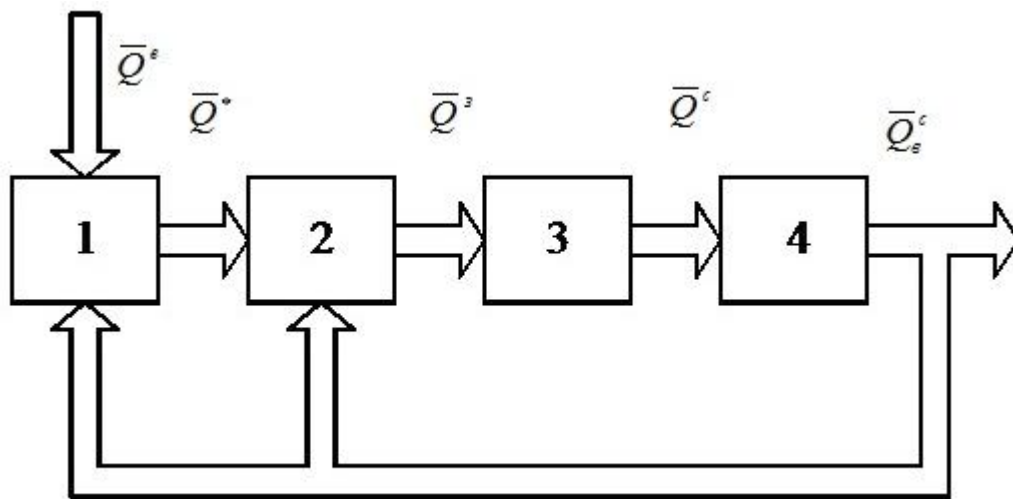


Рисунок 6.1– Схема випробувальної установки:

1 – підсистема формування вектора \bar{Q}^* заданого зовнішнього впливу; 2 – підсистема керування стендом, що моделює зовнішній вплив \bar{Q}^c на випробуваний об'єкт, 3 – підсистема відтворення зовнішнього впливу \bar{Q}^c , що охоплює стенд, об'єкт випробувань і пристосування для його установки на платформі стенду; 4 – підсистема вимірювання вектору $\bar{Q}_a^{\bar{n}}$ стендового зовнішнього впливу в контрольній точці платформи вібростенда або об'єкта випробувань

Вихідним тут є етап аналізу. На цьому етапі виконується: аналіз конструктивної схеми випробовуваного об'єкта, виявлення найбільш небезпечного з погляду надійності вузла об'єкта, визначення розмірності вектора експлуатаційного зовнішнього впливу, місця установки вимірювальних перетворювачів і їхньої орієнтації в просторі, вимір координатних складових вектора \bar{Q}^a експлуатаційного зовнішнього впливу, розроблення електромеханічної схеми об'єкта та його математичної моделі.

Далі впливає етап обґрунтування коректності стендових випробувань. Тут формалізуються критерії нормального функціонування і відмов випробовуваного об'єкта, а також визначається розмірність вектору $\bar{Q}^{\bar{n}}$ стендового зовнішнього впливу.

Наступним є етап розроблення методу стендових випробувань. Він припускає визначення законів зміни в часі координатних складових вектора заданого зовнішнього впливу, точності його відтворення в стендових умовах, форми, орієнтації годографа і діапазону робочих частот вібраційного впливу, кількості одночасно випробовуваних об'єктів. Отримані дані використовуються надалі на етапі обґрунтування способу завдання й відтворення стендового зовнішнього впливу для визначення типів і кількості віброзбудників і вузлів з'єднання столів віброзбудників із платформою стенда і нерухомою підставою, а також під час розв'язання задачі розміщення віброзбудників у просторі.

Розглянемо цей важливий етап методики більш докладно, а також покажемо взаємозв'язок його параметрів і їхній вплив один на одного.

Вібраційний вплив може бути задано, а, отже, і відтворено в декартовій, сферичній, циліндричній і полярній системах координат, а віброзбудники стенда забезпечують відтворення як поступальних, так і кутових вібрацій. Отже, прийнятий спосіб завдання і відтворення зовнішнього впливу визначає собою тип віброзбудників стенда і їхню орієнтацію в просторі. Типова схема трикоординатного вібростенда, що реалізує відтворення просторової вібрації в декартовій системі координат, наведена на рисунку 6.2.

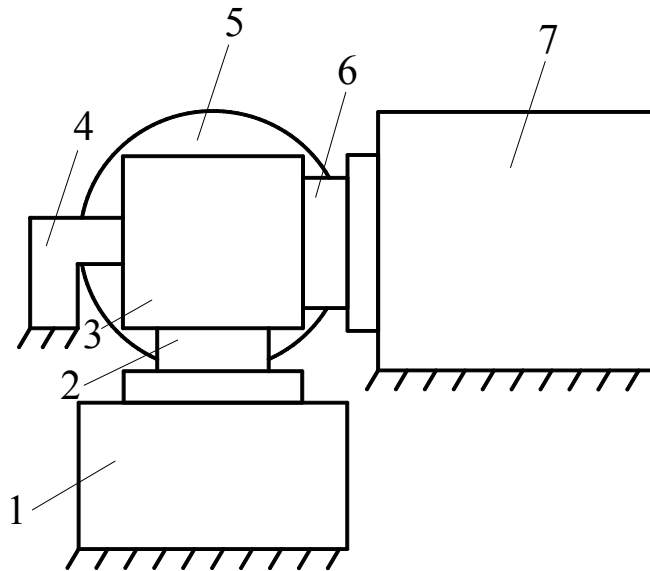


Рисунок 6.2 – Конструктивна схема вібростенда:

1, 5, 7 – віброзбудники стенду; 2, 6 – вузли з'єднання столів віброзбудників із платформою 3; 4 – вузол з'єднання платформи з нерухомою підставою

Тут платформа 3 стенда виконується у виді паралелепіпеда, віброзбудники належать до класу поступальних, лінії їхньої дії взаємноперпендикулярні, а лінія дії віброзбудника 1 – вертикальна.

Якщо координатні складові вектора заданої вібрації платформи стенда визначені в полярній або сферичній системах координат, то вібростенд комплектується віброзбудниками відповідно поступальної $\vec{r}(t)$ і кутових $\varphi_x(t)$, $\varphi_z(t)$ вібрацій, пристроєм, що забезпечує збереження в процесі випробувань заданої (експлуатаційної) орієнтації об'єкта в нерухомій системі координат. Аналіз функціональних можливостей зазначених вібростендів проведемо на прикладі двокоординатного вібростенда. Порівняємо також основні характеристики кінематичних вібростендів, що працюють у полярній (І варіант) і декартовій (ІІ варіант) системах координат.

Розглянемо вібростенд першого варіанта.

Основні характеристики (частотний діапазон, точність відтворення заданих вібрацій на платформі) двокоординатного стенда, реалізованого за схемою першого варіанта, обмежуються можливостями віброзбудників кутових вібрацій, а саме, складністю технічної реалізації віброзбудника, що

характеризується, наприклад, довільним законом зміни кутової вібрації $\varphi_z(t)$, її першої $\dot{\varphi}_z(t)$ і другої $\ddot{\varphi}_z(t)$ похідних, складністю технічної реалізації пристрою, що забезпечує збереження заданої орієнтації випробуваного об'єкта за одночасно працюючих віброзбудників щодо нерухомої системи координат. Крім того, наявність кутової вібрації негативно впливає на надійність віброзбудника поступальної вібрації, тому що рухлива система його виявляється під впливом паразитних сил інерції від лінійних і дотичних прискорень віброзбудника кутової вібрації.

У практиці стендових випробувань звичайно йдуть на спрощення, приймаючи або $\varphi_z(t) = \text{const}$ (у цьому випадку стенд містить тільки віброзбудник поступальної вібрації $r(t)$ і пристрій жорсткої фіксації віброзбудника під кутом $\varphi_z(t) = \text{const}$ відносно інерціальної системи координат), або $r(t) = \text{const}$ (у цьому випадку стенд містить тільки віброзбудник кутової вібрації $\varphi_z(t)$ і пристрій, що забезпечує збереження заданої орієнтації випробуваного об'єкта в процесі вібровипробувань). Тут як віброзбудники кутової вібрації можуть бути використані описані в роботі [2 – 6] центрифуги, що забезпечують зміну $\varphi_z(t)$ по заданій програмі. Це спрощення дозволяє підвищити точність відтворення заданої вібрації і розширити частотний діапазон стенда. Однак вібростенди розглянутих спрощених схем характеризуються істотним недоліком, що полягає: у першому випадку – в ідентичності спектральних складових і фазових характеристик; у другому – в ідентичності спектральних складових проекцій процесу $r(t)$ на осі нерухомої системи координат, що призводить до неправильних висновків про можливий стан вібронадійності випробуваного об'єкта, тому що, наприклад, амплітуди виникаючих у конструктивних елементах об'єкта напружень будуть мало відрізнятися від таких при дії на об'єкт тільки однокоординатних (вертикальних, горизонтальних) вібронавантажень [1, 3, 5, 6, 16, 18].

Розглянемо тепер кінематичні вібростенди другого варіанта.

Наявний досвід технічної реалізації таких стендів і результати експериментів [1, 18] показують, що тут цілком усуваються зазначені недоліки стендів, реалізованих за схемою першого варіанту, частотний діапазон стенда розширюється більше ніж у 100 разів, а застосування спеціальних схем керування віброзбудниками стенду дозволяє одержати закони зміни годографа вектора вібропереміщень (віброшвидкості, віброприскорення) по наперед заданим програмам.

Істотною перевагою схем другого варіанта є також відсутність у них, тому що платформа стенда робить у нерухомій системі координат тільки плоскопаралельний рух, складного в технічній реалізації, що обмежує точності, частотні характеристики і функціональні можливості двокоординатного вібростенда, пристрою, який забезпечує збереження в процесі випробувань заданої орієнтації об'єкта випробувань.

Ці вібростенди залежно від кількості застосовуваних віброзбудників можуть бути класифіковані на активні, що характеризуються наявністю

індивідуальних віброзбудників по кожній координаті, і пасивні, конструктивно виконані на одному віброзбуднику.

Характеристики точності випробувань, а також частотні характеристики вектора заданого вібраційного впливу при стендових випробуваннях, а також форма й орієнтація його годографа визначають, наприклад, кількість і розташування віброзбудників у просторі. Покажемо це. Багатокоординатні вібростенди можуть бути, з огляду на [1, 3, 5, 6], силовими і кінематичними, активними і пасивними.

Силові вібростенди характеризуються вбудованими в платформу стенда віброзбудниками. Платформа тут зв'язана з нерухомою підставою за допомогою спеціальних вузлів з'єднання, кількість ступенів вільності яких дорівнює розмірності вектора заданих вібрацій. Випробовуваний об'єкт закріплюється на платформі за допомогою спеціального пристосування, що забезпечує його експлуатаційну орієнтацію щодо прийнятої нерухомої системи координат. Віброзбудники стенда є найчастіше інерційними.

До переваг цих вібростендів варто зарахувати простоту їхньої схеми, нескладність виготовлення й експлуатації.

До недоліків – обмеженість функціональних можливостей у плані діапазону відтворених частот і складність налаштування вібростенда на заданий режим випробувань. Останнє обумовлено взаємозв'язком диференціальних рівнянь, які описують просторові (одночасні поступальні й кутові) коливання платформи вібростенда, що підсилюється: при вібраційних випробуваннях резонуючих, багатомасових, несиметричних об'єктів. Наприклад, у випадку, якщо силовий вібростенд належить до класу трикоординатних поступальних, а об'єкт жорстко закріплений на платформі стенда, то функціональні можливості стенда обмежені траєкторіями центра мас рухомої системи, проекції яких на координатні площини нерухомої системи координат можуть бути тільки колами або еліпсами.

Траєкторії довільних форм можуть бути отримані на вібростендах, що реалізують кінематичний принцип збудження вібрацій. Наприклад, кінематичний шестикоординатний вібростенд забезпечує відтворення на платформі кожного з можливих шістдесяти трьох наборів поступальних і кутових складових вектора заданих вібрацій по кожним наперед заданим програмам.

Зазначений позитивний ефект досягається в результаті застосування індивідуальних віброзбудників по кожній координатній складовій вектора заданих вібрацій.

Кількість віброзбудників стенда залежить також від установленого методикою випробувань кількості одночасно випробовуваних об'єктів і орієнтації в просторі годографа вектора заданих вібрацій.

Для уточнення останньої залежності визначимо поточне положення платформи стенда в декартовій системі координат вектором зсуву її центра мас

$$\bar{r}(t) = x(t) \cdot \bar{i} + y(t) \cdot \bar{j} + z(t) \cdot \bar{k} ,$$

де $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ – орти нерухомої системи координат $Oxyz$. Тоді, залежно від виду функцій $f_i(t) (i=1, 2, 3)$ коливання платформи в просторі можуть бути: однокоординатними (за $x(t)=f_1(t)$, $y(t)=Af_1(t)$, $z(t)=Bf_1(t)$), де A, B – константи), напрямом дії яких належать прямій з напрямними косинусами $\alpha_x = (1 + A^2 + B^2)^{-1/2}$, $\alpha_y = (1 + A^2 + B^2)^{-1/2}$, $\alpha_z = (1 + A^2 + B^2)^{-1/2}$; двокоординатними в горизонтальній, вертикальній (наприклад, за $x(t)=f_1(t)$, $y(t)=Af_1(t)$, $z(t)=Bf_1(t)$), похилій (наприклад, за $x(t)=f_1(t)$, $y(t)=f_2(t)$, $z(t)=Af_1(t)+Bf_2(t)$), годограф вектора $\bar{r}(t)$ належить площини $z - Ax - By = 0$ площинах; трикоординатними (за $x(t)=f_1(t)$, $y(t)=Af_1(t)$, $z(t)=Bf_1(t)$), годограф яких належить, незалежно від тривалості вібровипробувань, паралелепіпеду зі сторонами $\max(f_1(t))$, $\max(f_2(t))$, $\max(f_3(t))$.

Проведений аналіз свідчить, що тільки в останньому випадку вібростенд повинний мати не менш трьох віброзбудників. В інших же випадках їхня кількість може дорівнювати двом чи одному.

Точність відтворення вектора заданих вібрацій і діапазон його робочих частот впливають на конструктивну схему стенда також через тип, кількість і розташування вузлів з'єднання платформи стенда зі столами віброзбудників і нерухомою підставою. Наприклад, застосування в багатокоординатному поступальному вібростенді [1], узагальнена схема якого наведена на рисунку 6.2, а вузли з'єднання характеризуються двома поступальними (лінійними) ступенями вільності, дозволяє ще на стадії конструювання стенда виключити взаємовплив між віброзбудниками, паразитні кутові коливання платформи щодо столів віброзбудників і нерухомої підстави, що не тільки підвищує точність відтворення на платформі стенда вектора заданої багатокоординатної поступальної вібрації, але і спрощує математичну модель стенду, а, отже, і задачу синтезу підсистеми керування вібростендом.

Заключним тут є етап розробки конструктивної схеми стенда. На цьому етапі здійснюється стикування столів віброзбудників із платформою стенда, віброзбудників і платформи з нерухомою підставою, розробляються пристрої розвантаження збуджувачів від ваги рухомої системи стенда.

Стадія розроблення структурної схеми установки містить у собі такі етапи: розроблення структурної схеми підсистеми формування, розроблення структурної схеми підсистеми виміру, розроблення структурної схеми підсистеми керування і розроблення структурної схеми установки для стендових випробувань об'єктів на зовнішній вплив.

Етап розроблення структурної схеми підсистеми формування вектора \bar{Q}^* заданого зовнішнього впливу містить у собі розробку алгоритмів функціонування підсистеми і її структурної схеми, а також вибір технічних засобів для її реалізації. Під час розроблення алгоритмів функціонування підсистеми використовуються дані, отримані при проведенні робіт на етапах аналізу і розроблення методу стендових випробувань. Наприклад, якщо на етапі розроблення методу стендових випробувань обґрунтоване проведення

стендових випробувань на вібростійкість при впливі на об'єкт трикоординатної поступальної вібрації, то, з огляду на роботу [18], параметри вихідного вектора \bar{Q}^* підсистеми 1 формуються приймаються такими, що дорівнюють параметрам вектора \bar{Q}_8^* , що розраховуються за рівнянням $Q_8^* = W^{*-1} \cdot Q_1^e$, де W^{*-1} – спеціальна передатна функція, структура і параметри якої визначаються методом активної ідентифікації перед початком випробувань; \bar{Q}_1^e – вектор трикоординатної поступальної вібрації контрольної точки об'єкта випробувань, параметри якого визначаються на етапі аналізу.

Етап розроблення структурної схеми підсистеми 4 виміру вектора $\bar{Q}_a^{\bar{n}}$ вібрацій контрольних точок вузла випробовуваного об'єкта або пристосування для установки випробовуваного об'єкта на платформі, або платформи стенда містить у собі розробку алгоритмів функціонування підсистеми і її структурної схеми, вибір реалізуючих її технічних засобів і розробку математичної моделі підсистеми. Алгоритми функціонування підсистеми розробляються на підставі даних, отриманих на етапах аналізу, обґрунтування коректності стендових випробувань, розробки структурної схеми підсистеми формування. Тут параметри вихідного вектора $\bar{Q}_a^{\bar{n}}$ підсистеми розраховуються з огляду на основну і поперечну чутливості вібровимірювальних перетворювачів, координат точок установки їх у інерційній системі координат і т.п., що дозволяє виключити вплив кутових коливань платформи, геометричних розмірів випробовуваного об'єкта, пристосування для його установки на платформі стенда, а також коефіцієнтів поперечного перетворення датчиків на точність стендових випробувань.

Етап розроблення структурної схеми підсистеми 2 керування охоплює розробку критеріїв керування установкою, алгоритмів функціонування підсистеми та її структурної схеми, вибір технічних засобів і розроблення математичної моделі підсистеми. Алгоритми і структура підсистеми враховують дані етапів обґрунтування коректності стендових випробувань, розробки методу випробувань, структурних схем підсистеми формування 1 і виміру 4.

Заключним тут є етап розроблення структурної схеми установки в цілому. На цьому етапі здійснюється стикування алгоритмів функціонування і блоків підсистем. Розробляється математична модель, аналізуються показники точності, стійкості й вібронадійності установки для стендових випробувань об'єктів на зовнішній вплив.

Розглянутий метод розв'язання задачі створення установок для стендових випробувань об'єктів на вібронадійність використовується в теорії і практиці випробувальної техніки під час створення нових та удосконалювання існуючих конструктивних схем кінематичних пасивних і активних двох (трьох) координатних поступальних вібростендів.

6.2 Метод випробувань на вібростійкість для багатокоординатних поступальних вібростендів

Метою вібраційних випробувань є визначення здатності виробів виконувати свої функції в межах установлених норм, а також їхньої здатності протистояти впливу вібраційних навантажень, що виникають [1, 3, 5, 6, 18].

Більшість виробів машинобудування, транспортної, авіаційної і космічної техніки характеризуються широким діапазоном режимів роботи і становлять безліч установлених на несучій конструкції (корпусі) вузлів і блоків, що мають різні характеристики жорсткості й демпфірування, що розрізняються масами і способами кріплення їх до корпусу.

У процесі експлуатації зазначені об'єкти піддаються впливу знакозмінних зовнішніх і внутрішніх змушувальних сил, напрямки дії яких змінюються в часі. Вузли і блоки виробів до того ж здійснюють складні просторові коливання, що визначаються сукупністю багатокоординатних поступальних (лінійних) і кутових (обертальних) вібрацій, а вібраційні навантаження, що виникають в матеріалі їхніх елементів є чинником багатокоординатних динамічних механічних впливів.

Завдання випробувальної техніки (випробувальних систем) полягає в тому, щоб максимально наблизити умови стендових випробувань до умов експлуатації, кількісно й якісно визначити і проаналізувати можливі зміни в цих умовах основних властивостей, функцій і характеристик вузлів, блоків і їхніх матеріалів [1 – 7, 18].

Найбільш розробленими наразі є методи випробувань на однокоординатних (вертикальних, горизонтальних) вібростендах. Методи ж стендових випробувань об'єктів із застосуванням багатокоординатних вібростендів менш досліджені, що створює певні складнощі у їхньому впровадженні в практику стендових випробувань [1, 7, 11].

Цей розділ монографії присвячений аналізу й обґрунтуванню сфер застосування систем випробувань, побудованих на базі шестикоординатних, три-, дво- і однокоординатних поступальних вібростендів під час випробувань об'єктів на вібронадійність.

Сформулюємо таке завдання досліджень. Нехай відомо, що в умовах експлуатації випробовуваний об'єкт піддається дії багатокоординатної вібрації, джерелом якої є несуча конструкція (корпус), а вібраційний стан об'єкта в контрольній точці E_1 визначається сукупністю трьох поступальних і трьох кутових вібрацій.

Установимо можливість проведення коректних [1, 3, 5, 6] стендових випробувань об'єкта на вібростійкість у випадку побудови вібраційної системи на базі шестикоординатних, три-, дво- і однокоординатних поступальних вібростендів за наявності таких допущень: конструктивне виконання і просторова орієнтація об'єкта в нерухомій системі координат під час стендових випробувань відповідають вимогам робіт [1 – 7]; випробовуваний об'єкт (рис. 6.3) може бути представлений просторовою системою конструктивного елементу, пружин і демпферів (до такої механічної схеми можуть бути приведені багато

вузлів і блоків виробів точної механіки, електромеханічних приладів тощо [1, 16, 24, 58, 74]).

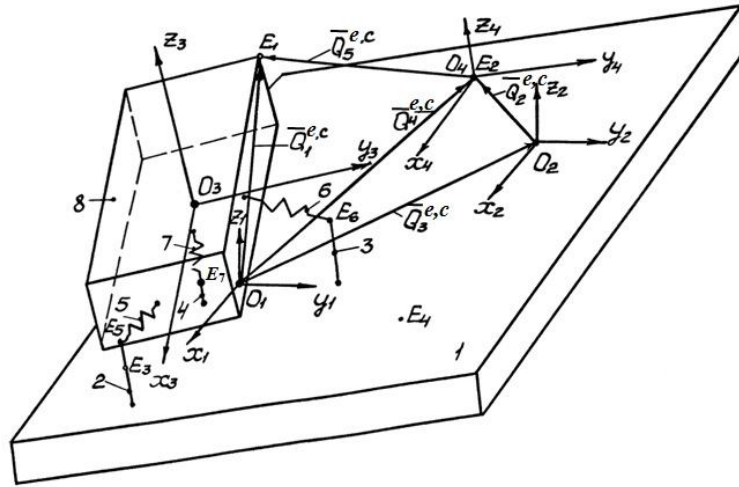


Рисунок 6.3 – Схема об'єкта випробувань:

1 – платформа вібростенда, що моделює в стендових умовах корпус виробу, на якому встановлюється випробуваний об'єкт; 2, 3, 4 – жорстко зв'язані з платформою штанги, що моделюють пристосування для кріплення об'єкта до платформи, корпусу; 5, 6, 7 – пружні елементи з коефіцієнтами жорсткості C_x, C_y, C_z і демпфірування h_x, h_y, h_z , що моделюють деформаційні характеристики

об'єкта в трьох взаємноперпендикулярних напрямках; 8 – конструктивний елемент масою M , що моделює інерційні характеристики об'єкта; $O_1x_1y_1z_1$,

$O_2x_2y_2z_2$ – нерухомі системи координат, полюса яких при нерухомій платформі збігаються відповідно з центром мас конструктивного елементу і контрольною точкою E_2 корпусу; $O_3x_3y_3z_3$, $O_4x_4y_4z_4$ – рухливі системи координат, до того ж полюс першої збігається з центром мас конструктивного елементу 8, а осі її не є головними осями інерції елементу, а полюс другої – із точкою E_2 корпусу (при нерухомих платформі і корпусу осі нерухомих і рухливих систем координат збігаються); $\bar{Q}_1^{e,c} = \{x_{0_1}, y_{0_1}, z_{0_1}\}'$, $\bar{Q}_2^{e,c} = \{x_{0_2}, y_{0_2}, z_{0_2}\}'$,

$\bar{Q}_3^{e,c} = \{x_{0_2}, y_{0_2}, z_{0_2}\}'$, $\bar{Q}_4^{e,c} = \bar{Q}_2^{e,c} + \bar{Q}_3^{e,c}$, $\bar{Q}_5^{e,c} = \bar{Q}_1^{e,c} - \bar{Q}_4^{e,c}$ – вектори поступальних переміщень аналізованих точок E_1, O_2, E_2 у прийнятих нерухомих системах координат в умовах експлуатації і під час стендових випробувань

Як параметр λ_1 , що характеризує нормальне функціонування об'єкта, приймемо норму вектора $\bar{Q}_5^{e,c}$ у системі координат $O_1x_1y_1z_1$, тобто

$$\lambda_1 = \|\bar{Q}_5^{e,c}\| = \|\bar{Q}_1^{e,c} - \bar{Q}_4^{e,c}\| \leq \lambda_{1don}, \quad (6.1)$$

де λ_{1don} – допустиме значення параметра λ_1 .

Водночас головною функцією системи стендових випробувань буде аналіз поведінки параметра λ_1 протягом установленого часу випробувань T_g за відомих законів зміни в часі складових вектора \bar{Q}_4^e і формування при виході параметра λ_1 за поле допуску керуючих впливів на пружні, дисипативні й інерційні характеристики випробовуваного об'єкта. А головною функцією підсистеми керування вібростендом – відтворення в контрольній точці E_1 об'єкта випробувань вектора \bar{Q}_1^c , максимально наближеного до вектора \bar{Q}_1^e експлуатаційних просторових коливань об'єкта.

Диференціальні рівняння, що описують просторові коливання випробовуваного об'єкта, мають, з огляду на результати робіт [1, 3, 68], вигляд

$$W_1 Q_7 = W_2 Q_6, \quad (6.2)$$

де:

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_{1x} & 0 & 0 & W_{1x\varphi} & -W_{1x\psi} & 0 \\ 0 & W_{1y} & 0 & 0 & W_{1y\psi} & -W_{1y\theta} \\ 0 & 0 & W_{1z} & -W_{1z\varphi} & 0 & W_{1z\theta} \\ W_{1x\varphi} & 0 & -W_{1z\varphi} & W_{1\phi} & -W_{1\phi\psi} & -W_{1\phi\theta} \\ -W_{1x\psi} & W_{1y\psi} & 0 & -W_{1\phi\psi} & W_{1\psi} & -W_{1\psi\theta} \\ 0 & -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} & -W_{1\phi\theta} & -W_{1\psi\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix};$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} W_{2x} & 0 & 0 & W_{2x\varphi_2} & -W_{2x\psi_2} & 0 \\ 0 & W_{2y} & 0 & 0 & W_{2y\psi_2} & -W_{2y\theta_2} \\ 0 & 0 & W_{2z} & -W_{2z\varphi_2} & 0 & W_{2z\theta_2} \\ W_{2x\varphi} & 0 & -W_{2z\varphi} & W_{2\phi} & -W_{2\phi\psi} & -W_{2\phi\theta} \\ -W_{2x\psi} & W_{2y\psi} & 0 & -W_{2\phi\psi} & -W_{2\psi} & -W_{2\psi\theta} \\ 0 & -W_{2y\theta} & W_{2z\theta} & -W_{2\phi\theta} & -W_{2\psi\theta} & W_{2\theta} \end{bmatrix};$$

$$Q_6 = [x_{E_2}^e, y_{E_2}^e, z_{E_2}^e, \varphi_2^e, \psi_2^e, \theta_2^e]';$$

$$Q_7 = [x_{0_3}^{e,c}, y_{0_3}^{e,c}, z_{0_3}^{e,c}, \varphi_1^{e,c}, \psi_1^{e,c}, \theta_1^{e,c}]';$$

$$W_{1x} = Mp^2 + b_x p + c_x; \quad W_{2x} = b_x p + c_x; \quad W_{1x\varphi} = W_{2x\varphi} = W_{2x} z_{11};$$

$$W_{2x\varphi_2} = W_{2x} z_{21}; \quad W_{1x\psi} = W_{2x\psi} = W_{2x} y_{11}; \quad W_{2x\psi_2} = W_{2x} \phi_{21};$$

$$W_{1y} = Mp^2 + b_y p + c_y; \quad W_{2y} = b_y p + c_y; \quad W_{1y\psi} = W_{2y\psi} = W_{2y} x_{12};$$

$$W_{2y\psi_2} = W_{2y} x_{22}; \quad W_{1y\theta} = W_{2y\theta} = W_{2y} z_{12}; \quad W_{2y\theta_2} = W_{2y} z_{22};$$

$$W_{1z} = Mp^2 + b_z p + c_z; \quad W_{2z} = b_z p + c_z; \quad W_{1z\varphi} = W_{2z\varphi} = W_{2z} x_{13};$$

$$W_{2z\varphi_2} = W_{2z} x_{23}; \quad W_{1z\theta} = W_{2z\theta} = W_{2z} y_{13}; \quad W_{2z\theta_2} = W_{2z} y_{23};$$

$$W_{1\phi} = J_{y_3 y_3} p^2 + z_{11}^2 (b_x p + c_x) + x_{13}^2 (b_z p + c_z);$$

$$W_{2\phi} = z_{11} z_{21} (b_x p + c_x) + x_{13} x_{23} (b_z p + c_z);$$

$$\begin{aligned}
W_{1\varphi\psi} &= J_{y_3z_3} p^2 + y_{11}z_{11}(b_x p + c_x); \quad W_{2\varphi\psi} = W_{2x}y_{21}z_{11}; \\
W_{1\phi\theta} &= J_{y_3x_3} p^2 + y_{13}x_{13}(b_z p + c_z); \quad W_{2\phi\theta} = W_{2z}y_{23}x_{13}; \\
W_{1\psi} &= J_{z_3z_3} p^2 + y_{11}^2(b_x p + c_x) + x_{12}^2(b_y p + c_y); \\
W_{2\psi} &= y_{11}y_{21}(b_x p + c_x) + x_{12}x_{22}(b_y p + c_y); \quad W_{2\psi\theta} = W_{2y}x_{12}x_{22}; \\
W_{1\theta} &= J_{x_3x_3} p^2 + z_{12}^2(b_y p + c_y) + y_{13}^2(b_z p + c_z); \\
W_{2\theta} &= z_{12}z_{22}(b_y p + c_y) + y_{13}y_{23}(b_z p + c_z);
\end{aligned}$$

x_{ij} ($i=1,2; j=1,2,3$) – координати точок кріплення елементів 5, 6, 7 схеми в нерухомих системах координат при нерухомій платформі 1; i – індекс систем координат $O_1x_1y_1z_1$ і $O_2x_2y_2z_2$ відповідно; j – індекс штанг 2, 3, 4 відповідно;

J – моменти інерції конструктивного елементу 8, $P = \frac{d}{dt}$.

Просторові поступальні вібрації конструктивного елементу в контрольній точці E_1 можна розрахувати за рівнянням

$$\begin{bmatrix} x_{E_1}^{e,c} \\ y_{E_1}^{e,c} \\ z_{E_1}^{e,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0_3}^{e,c} \\ y_{0_3}^{e,c} \\ z_{0_3}^{e,c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y & 0 & z \\ x & -z & 0 \\ 0 & y & -x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_1^{e,c} \\ \theta_1^{e,c} \\ \phi_1^{e,c} \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

де x, y, z – координати точки E_1 у рухомій системі координат $O_3x_3y_3z_3$ за нерухомої платформи 1.

З огляду на рівняння (6.2), (6.3) і результати робіт [1, 11, 18] дійдемо висновку, що у випадку побудови підсистеми відтворення на базі шестикоординатного вібростенда підсистема керування стендом належить до класу керованих, а стендові випробування на вібростійкість – до категорії коректних. Крім цього критерій точності відтворення підсистеми керування шестикоординатним вібростендом може бути формалізований на основі векторів експлуатаційних вібрацій контрольних точок: E_3 – пристосування для кріплення випробовуваного об'єкта; E_2 – платформи стенда. Останній спосіб більш зручний у випадку, коли конструктивні особливості аналізованого об'єкта накладають обмеження на розміщення блоку вібровимірювальних перетворювачів підсистеми контролю стендових вібрацій.

Наразі [18] принципи побудови шестикоординатних стендів із необхідними практикою частотними характеристиками і характеристиками точності ще не розроблені. Зважаючи на це, розглянемо можливості застосування для випробувань на вібронадійність поступальних три-, дво- і однокоординатних вібростендів, з огляду на те, що останні випускаються нашою промисловістю, а експериментальні зразки перших і других уже створені в Україні та успішно застосовуються для механічних випробувань об'єктів машинобудування [1, 10, 18].

Для аналізу можливості проведення стендових випробувань на вібронадійність у разі застосування поступальних вібростендів запишемо рівняння (6.2) у вигляді

$$\begin{bmatrix} x_{E_1}^{e,c} \\ y_{E_1}^{e,c} \\ z_{E_1}^{e,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{E_5}^{e,c} \\ y_{E_6}^{e,c} \\ z_{E_7}^{e,c} \end{bmatrix} = W \cdot Q_8, \quad (6.4)$$

де $x_{E_5}^{e,c} = x_{E_2}^{e,c} - y_{21}\psi_2^{e,c} + z_{21}\varphi_2^{e,c}$; $y_{E_6}^{e,c} = y_{E_2}^{e,c} + x_{22}\psi_2^{e,c} - z_{22}\theta_2^{e,c}$; $z_{E_7}^{e,c} = z_{E_2}^{e,c} - x_{23}\varphi_2^{e,c} + y_{23}\theta_2^{e,c}$ – поступальні вібрації штанг 2, 3, 4 у точках E_5, E_6, E_7 кріплення елементів 5, 6, 7 у системі координат $O_2x_2y_2z_2$; W_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) – приведені передатні функції, отримані після підстановки (6.2) у (6.3).

Із рівняння (6.4) випливає, що під час побудови підсистеми відтворення на базі одно- і двокоординатних поступальних вібростендів підсистема керування виявляється некерованою, тому що кількість каналів керування стає менше числа координат, що визначають просторові коливання контрольної точки E_1 . У цих випадках складно зробити достовірний висновок про причину відмовлення об'єкта, що описується виразом (6.1), тому що він залежить від поточних значень складових векторів \bar{Q}_1^e і \bar{Q}_4^e .

Таким чином, при застосуванні поступальних вібростендів стендові випробування об'єкта прийнятої схеми можуть бути зараховані до категорії коректних тільки у випадку, якщо підсистема відтворення побудована на базі трикоординатного стенда, а критерій точності відтворення підсистеми керування формалізований, з огляду на (6.4), на основі вектора

$$\bar{Q}_8^e = \{x_{E_5}^e, y_{E_6}^e, z_{E_7}^e\}'.$$

Складові вектора \bar{Q}_8^e залежать від поступальних і кутових коливань корпусу, а також координат $y_{21}, z_{21}, x_{22}, z_{22}, x_{23}, y_{23}$ точок E_5, E_6, E_7 штанг 2, 3, 4 за $\bar{Q}_2^e = 0$. Безпосередньо виміряти вектор \bar{Q}_8^e не видається можливим з тієї причини, що точки ці умовні, тому що умовною є схема моделювання об'єкта, і розташовані вони в тілі об'єкта, або пристосування для кріплення об'єкта до корпусу виробу, тобто розмістити в цих точках вібровимірні перетворювачі не можна.

Крім того, точки ці повинні одночасно збігатися з початком пружних елементів 5, 6, 7, просторове розташування і геометричні розміри яких розрахунковим шляхом визначити теж на практиці неможливо.

Перебороти зазначені труднощі можна, наприклад, шляхом експериментального визначення складових вектора \bar{Q}_8^e за відомим законом зміни експлуатаційних вібрацій вузла в контрольній точці і математичній моделі об'єкта, установленого на платформі трикоординатного поступального вібростенда. У цьому випадку алгоритм методу стендових випробувань на вібронадійність виглядає в такий спосіб (рис. 6.4).

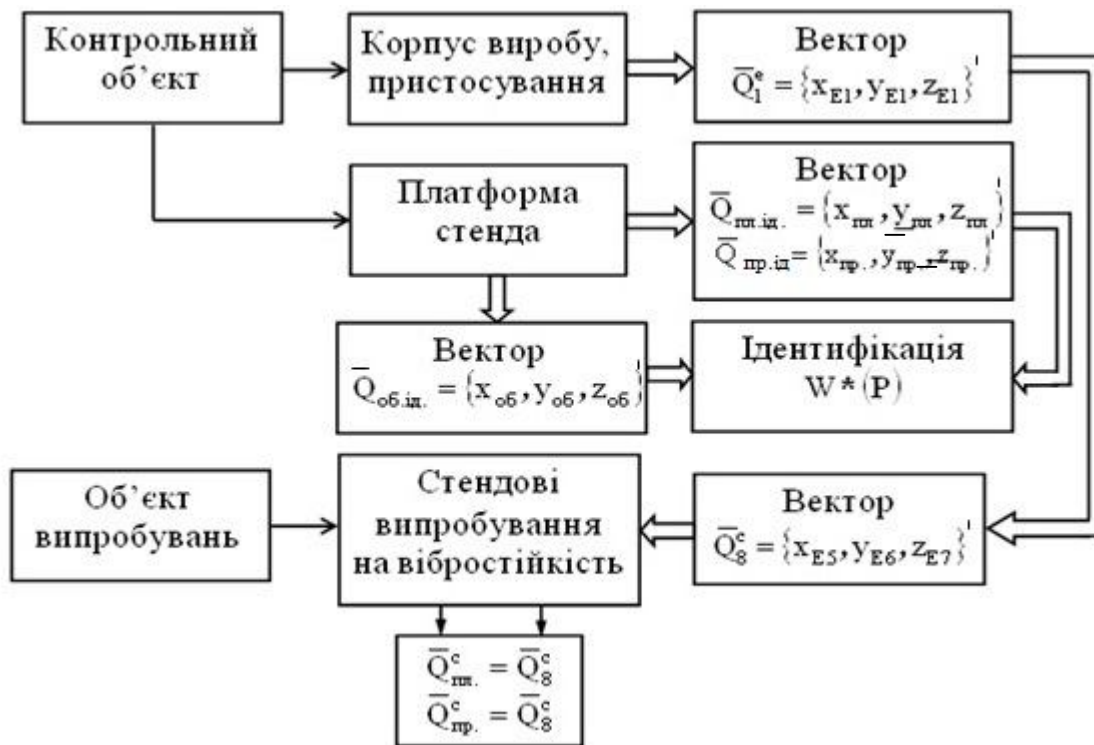


Рисунок 6.4 – Алгоритм методу стендових випробувань

Перед початком випробувань заміряють вектор \bar{Q}_1^e експлуатаційної трикоординатної поступальної вібрації контрольної точки контрольного об'єкта, що по конструкції ідентичний аналізованому під час стендових випробувань. Після установки на платформі стенда контрольного об'єкта визначають методом ідентифікації математичну модель $W^*(p)$ об'єкта, що зв'язує трикоординатні поступальні вібрації платформи і контрольної точки контрольного об'єкта. За відомою математичною моделлю і координатним складовим вектора \bar{Q}_1^e визначають координатні складові вектора заданої трикоординатної поступальної вібрації (вектор \bar{Q}_8^e) контрольної точки пристосування, що і відтворюють після установки на платформі стенда аналізованого об'єкта, прийнявши $\bar{Q}_8^c = \bar{Q}_8^e$.

На сьогодні всі нормативні документи допускають визначення параметрів експлуатаційних (стендових) вібрацій за показниками трикоординатних вібровимірювальних перетворювачів, установлених на корпусі виробу (платформі) у максимальній близькості (наприклад, точці E_2 на рисунку 6.3) до випробовуваного об'єкта. Позначимо зазначені вібрації корпусу вектором $\bar{Q}_{8нд}^e$.

Якби корпус виробу не робив під час експлуатації кутових коливань, то, з огляду на (6.4), виконувалося б співвідношення $\bar{Q}_{8нд}^e = \bar{Q}_8^e$ під час вимірювання експлуатаційних вібрацій і співвідношення $\bar{Q}_8^c = \bar{Q}_8^e = \bar{Q}_{8нд}^e$, $\bar{Q}_1^c = \bar{Q}_1^e$, під час стендових випробувань. Наявність кутових коливань корпусу призводить до виникнення похибки завдання вектора \bar{Q}_8^e , що позначається надалі на точності

відтворення вектора \bar{Q}_1^c . Розглянемо цей момент на такому прикладі. Нехай, наприклад, відомо, що вектор $\bar{Q}_8^c = \bar{Q}_8^e$ має вигляд $\bar{Q}_8^c = \{A_{E_5} \sin \omega t, A_{E_6} \sin \omega t, A_{E_7} \sin \omega t\}' = \{0,005 \sin \omega t, 0,005 \sin \omega t, 0,005 \sin \omega t\}'$, корпус виробу здійснює в експлуатації кутові коливання за законами $\varphi_2 = A_{\varphi_2} \sin \omega t$, $\theta_2 = A_{\theta_2} \sin \omega t$, $\psi_2 = A_{\psi_2} \sin \omega t$, а $A_{\varphi_2} = A_{\theta_2} = A_{\psi_2} = 0,01$. Якщо тепер вектор \bar{Q}_8^e сформувати за показниками зазначеного трикоординатного вібровимірювального перетворювача, встановленого на корпусі виробу в контрольній точці E_2 , то величини похибок завдання координатних складових вектора \bar{Q}_8^e складуть, з огляду на (6.4),

$$\begin{aligned}\delta_x &= \left(\frac{|-y_{21} A_{\psi_2} + z_{21} \cdot A_{\varphi_2}|}{A_{E_5}} \right) \cdot 100\%, \\ \delta_y &= \left(\frac{|x_{22} A_{\psi_2} - z_{22} \cdot A_{\theta_2}|}{A_{E_6}} \right) \cdot 100\%, \\ \delta_z &= \left(\frac{|-x_{23} A_{\varphi_2} + y_{23} \cdot A_{\theta_2}|}{A_{E_7}} \right) \cdot 100\%,\end{aligned}$$

що досягають, наприклад, для $y_{21} = -0,3$ м, $z_{21} = 0,1$ м, $x_{22} = -0,3$ м, $z_{22} = 0,1$ м, $x_{23} = -0,2$ м, $y_{23} = -0,3$ м значень $\delta_x = 80\%$, $\delta_y = 20\%$, $\delta_z = 20\%$, за яких проведення надалі стендових випробувань об'єкта на вібронадійність втрачає сенс, тому що похибки $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ є тільки частиною загальної похибки стендових випробувань. Запропонований алгоритм визначення вектора Q_8^c виключає причини виникнення похибок завдання, підвищує якість стендових випробувань об'єкта на вібронадійність, отже, є більш ефективним.

Для з'ясування особливостей впливу двокоординатних вібрацій на вібронадійність і обґрунтування доцільності проведення випробувань на багатокоординатних вібростендах розглянемо таку задачу.

Нехай, наприклад, відомо, що аналізований об'єкт, підданий в експлуатації впливу просторових вібрацій, може бути представлений моделлю, наведеною в розділі 4 на рисунку 4.1.

Для наочності обмежимося тривимірним варіантом випробуваного об'єкта і двокоординатним випадком його вібронавантаження, прийнявши (див. рівняння (6.1)) $x_{E_2} = x_{0_3} = \varphi_2 = \psi_2 = \varphi_1 = \psi_1 = 0$. У цьому випадку вираз (6.4) приводиться до вигляду

$$\begin{bmatrix} W_{1y} & 0 & -W_{1y\theta} \\ 0 & W_{1z} & W_{1z\theta} \\ -W_{1y\theta} & W_{1z\theta} & W_{1\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{2y} y_n \\ W_{2z} z_n \\ -W_{2y\theta} y_n + W_{2z\theta} z_n \end{bmatrix},$$

де

$$\begin{aligned}
W_{1y} &= Mp^2 + \sum_{i=12}^{13} (b_i p + c_i); \quad W_{1z} = Mp^2 + \sum_{i=8}^{11} (b_i p + c_i); \\
W_{2y} &= \sum_{i=12}^{13} (b_i p + c_i); \quad W_{2z} = \sum_{i=12}^{11} (b_i p + c_i); \\
W_{1\theta} &= J_{xx} p^2 + \left(\sum_{i=12}^{13} z_i^2 b_y + \sum_{i=12}^{11} y_i^2 b_z \right) \cdot p + \sum_{i=12}^{13} z_i^2 c_y + \sum_{i=12}^{11} y_i^2 c_z; \\
W_{1y\theta} &= W_{2y\theta} = \sum_{i=12}^{13} z_i (b_y p + c_y); \quad W_{1z\theta} = W_{2z\theta} = \sum_{i=8}^{11} y_i (b_z p + c_z); \\
b_y &= \frac{\sum_{i=12}^{13} b_i}{2}; \quad b_z = \frac{\sum_{i=8}^{11} b_i}{4}; \quad c_y = \frac{\sum_{i=12}^{13} c_i}{2}; \quad c_z = \frac{\sum_{i=8}^{11} c_i}{4}; \quad y_n, z_n - \text{ задані поступальні}
\end{aligned}$$

вібрації платформи стенда.

Розглянуто просторові коливання конструктивного елемента при послідовно наступних у часі вертикальних ($y_n = 0$, $z_n = 0,005 \sin \omega t$) і горизонтальних ($y_n = 0,005 \sin(\omega t + \alpha)$, $z_n = 0$) вібраціях платформи стенда, а також за її одночасних двокоординатних коливань за законами $y_n = 0,005 \sin(\omega t + \alpha)$, $z_n = 0,005 \sin \omega t$. Результати досліджень при варіюванні частоти ω у діапазоні (0-300) рад/с із кроком 5 рад/с для тривимірного об'єкта досліджень на резонансних частотах ω_q ($q=(y,z,\theta)$) свідчать:

1. Випробування на вібростійкість об'єктів аналізованої конструктивної схеми варто проводити в умовах, максимально наближених до режиму граничного просторового резонансу, що є найбільш небезпечним варіантом вібрацій випробуваного об'єкта і визначається умовою

$$\left. \begin{aligned} y_n &= \sum_q y_{nq} \\ z_n &= \sum_q z_{nq} \end{aligned} \right\}, \quad (6.5)$$

де $y_{nq} = A_{ynq} \sin(\omega_q t + \alpha_q)$; $z_{nq} = A_{znq} \sin \omega_q t$, а $\omega_q, \alpha_q \in \{\omega, \alpha\}$, за яких амплітуди $A_q(\omega, \alpha)$ приймають найбільші значення. У виразі (6.5) значення амплітуд A_{nq} визначаються нормативними документами.

Для аналізованого прикладу одержано:

$$\left. \begin{aligned} \omega_y &= 120 \text{ рад/с} \\ \alpha_y &= 5,966 \text{ рад} \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} \omega_z &= 160 \text{ рад/с} \\ \alpha_z &= 2,826 \text{ рад} \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} \omega_\theta &= 170 \text{ рад/с} \\ \alpha_\theta &= 1,570 \text{ рад} \end{aligned} \right\}.$$

2. При двокоординатному віброзбудженні випробуваного об'єкта спостерігається істотна залежність амплітуд A_q від значень зрушень фаз α . У розрахунковому прикладі, наприклад, амплітуди A_y, A_z, A_θ розрізняються в діапазоні фаз $(0 - 2\pi)$ рад відповідно в 1,2, 1,3 і 1,5 рази.

3. Випробування на вібростійкість об'єктів, що належать до аналізованої конструктивної схеми, шляхом почергового застосування однокоординатних вібростендів призводять, порівняно із випробуваннями на багатокоординатних вібростендах, до істотних відмінностей не тільки в значеннях амплітуд коливань конструктивних елементів об'єкта на резонансних частотах, але також і в значеннях самих резонансних частот, що обумовлює можливість помилкових висновків про показники віброактивності об'єкта в експлуатації, знижує вірогідність стендових випробувань на вібростійкість.

У прикладі амплітуди A_q коливань конструктивного елемента 7 у випадку застосування тільки горизонтального вібростенда зменшуються порівняно з режимом граничного просторового резонансу відповідно в 1,1, 8,2 і 2,6 рази, а у випадку застосування тільки вертикального стенда – відповідно в 11,1, 1,1 і 1,2 рази. При зазначених величинах розбіжностей оцінювати можливі порушення функціонування випробуваного об'єкта в умовах експлуатації, що характеризуються впливом на випробуваний об'єкт багатокоординатних динамічних навантажень, природно недоцільно через низьку вірогідність стендових випробувань.

6.3 Структури систем та методи випробувань ОПС на вібронадійність що реалізують ефект синергізму багатокоординатної вібрації

У монографії розглянуто методи випробувань ОПС, базовою ознакою яких є урахування властивостей синергетичного ефекту стосовно до задач вібронадійності об'єктів просторової структури. Крім цього, системи вібраційних випробувань (СВВ) впливом на параметри багатокоординатної вібрації платформи стенда забезпечують відтворення екстремальних властивостей просторових коливань ОПС, встановлених у розділі 3 монографії на базі теорем 1 і 2. У цьому випадку, як показали наведені в розділі 5 монографії дослідження, досягається відтворення під час стендових випробувань найбільш небезпечного з погляду відмови об'єкта по вібронадійності режиму випробувань. Амплітуди коливань об'єкта в напрямку як основних (активно збуджуваних), так і сполучених (активно не збуджуваних) координат стають максимально можливими. У результаті виключаються занижені оцінки показників вібраційної активності об'єкта, що діагностуються при стендових випробуваннях, а, отже, і непередбачені відмови по вібронадійності в експлуатації [1,18,74]. Підвищується достовірність досліджень по фізиці вібраційних відмов ОПС, а також їхня надійність в експлуатації.

Структурні схеми системи вібровипробувань, що відповідають науковим положенням теорем 1 і 2 розділу 3 монографії, визначимо відповідно як: Структура 1 і Структура 2.

Розглянемо синтез схеми СВВ за Структурою 1. Нехай $M = 3$ (див. розділ 3 монографії), тоді рівняння (3.6) частотної передатної функції механічної системи, що охоплює трикоординатний вібростенд і тривимірний об'єкт випробувань, набуде вигляду:

$$v_i(j\omega_k) = W_{ii}(j\omega_k) \cdot q_i + \sum_{N_2} W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k) \quad (i = \overline{1,3}), (N_2 = 2,3; 1,3; 1,2), \quad (6.6)$$

де $v_i(j\omega_k) = B_{ik} e^{j\beta_{ik}} e^{j\omega_k t}$, $W_{ii}(j\omega_k) = |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{ii}(\omega_k)}$, $q_i = A_{ik} \cdot e^{j\varphi_{ik}} \cdot e^{j\omega_k t}$, φ_{ik} – фазочастотна характеристика блока з передатною функцією $W_{ik}^\Phi = 1 \cdot e^{j\varphi_{ik}}$ в i -му вхідному каналі системи.

Структурна схема СВВ, що відповідає рівнянню (6.6) на частоті випробувань ω_k , подана на рисунку 6.5. Тут відповідно до результатів досліджень, проведених у розділі 3 монографії, кожна з координат v_i має власне значення $\omega_{v_{ipez}}$ частоти збудження, за якого $B_{ik} = B_{ik}^* = \max$. Аналізуючи функціонування СВВ за цієї умови одержимо таке: якщо як блок W_{ik}^k застосувати регульований фазообертувач сигналу i -го каналу на частоті $\omega_k = \omega_{v_{ipez}}$, то при виконанні співвідношення

$$\gamma_{ii}(\omega_k) + \varphi_{ik} = \lambda_{iN_2}(\omega_k),$$

де $\lambda_{iN_2}(\omega_k)$ – фазова характеристика функції

$$\sum_{N_2} W_{iN_2}(j\omega_k) \cdot q_{N_2}(j\omega_k),$$

амплітуда коливань механічної системи в напрямку вихідної координати v_i буде максимальною.

Наведена на рисунку 6.5 схема СВВ реалізує метод випробувань ОПС (Метод 1), алгоритм якого може бути формалізований такою сукупністю етапів.

Етап 1. На нижньому значенні ω_n діапазону $\Omega = [\omega_n - \omega_e]$ робочих частот у контрольній точці платформи просторового вібростенда відтворюють багатокоординатну вібрацію $\bar{q}_n = \{q_{n_1}, \dots, q_{n_N}\}'$ заданої амплітуди. Крім цього зсуви фаз між координатними складовими q_{n_i} підтримуються нульовими.

Етап 2. Одночасно змінюючи частоту збудження ω роблять визначення резонансних частот об'єкта випробувань $\omega_{v_{ipez}}$, аналізуючи його амплітудно-частотні характеристики $v_i(\omega)$ ($i = \overline{1, N}$) за $|q_{n_i}(\omega)| = \text{const}$.

Етап 3. На резонансних частотах об'єкта випробувань роблять зміну зсувів фаз (для координати v_i змінюється зсув фаз у «власному» каналі q_{n_i} і визначається величина $\omega_{v_{ipez}}$), домагаючись виконання умов, за яких амплітуди коливань об'єкта в напрямку i -ї аналізованої координати приймають найбільші значення.

Етап 4. При випробуваннях у контрольній точці платформи вібростенда відтворюють вібраційний процес із установленими значеннями резонансних частот $\omega_{v_{ipez}}$ об'єкта і зсувів фаз $\omega_{v_{ipez}}$ між вібраційними компонентами платформи.

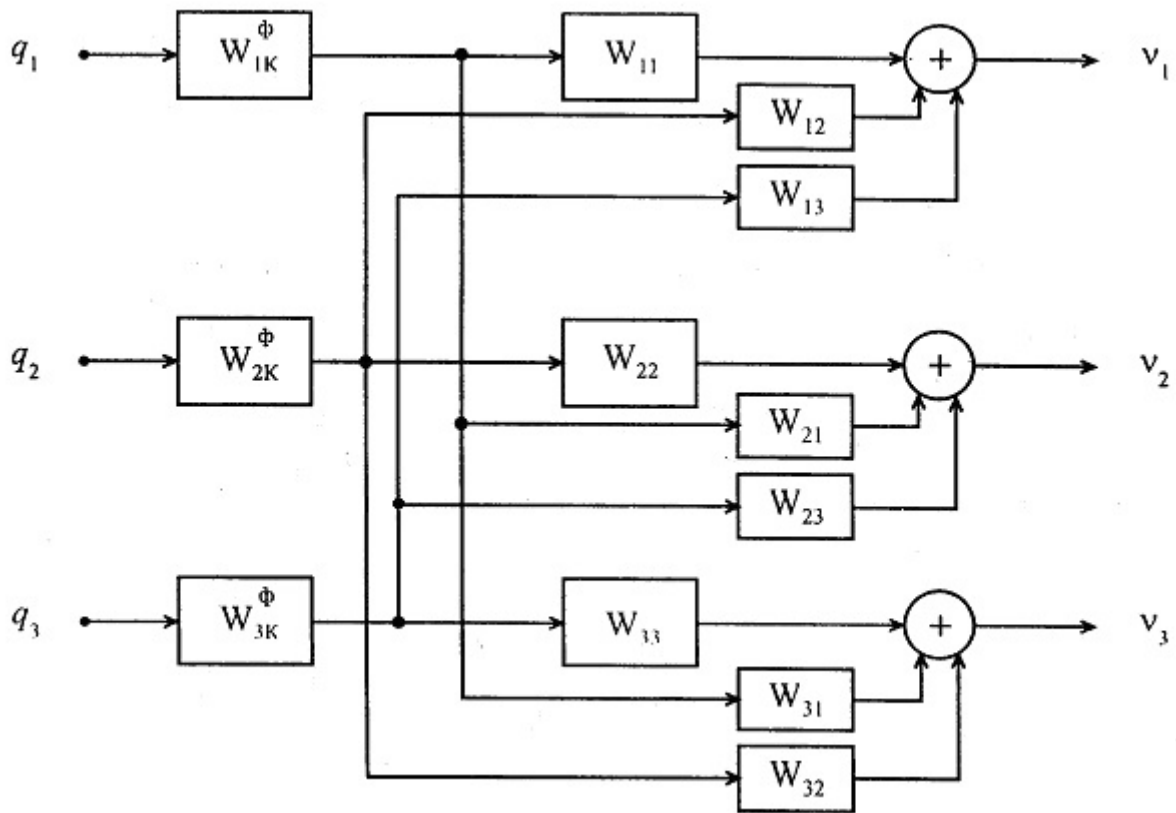


Рисунок 6.5 – Структурна схема СВВ

СВВ, реалізована за схемою на рисунку 6.6, відрізняючись простотою технічної реалізації, тому що для кожної координати v_i застосовується не більш за один блок із передатною функцією W_i^ϕ у каналі q_i , забезпечує досягнення необхідного результату тільки у випадку, якщо величини $\gamma_{iN_2}(\omega_k)$ за $N_2 = \text{var}$ не залежать від значення N_2 . Це виконується в просторових механічних системах [1], що належать або наближаються до класу симетричних.

Зазначені недоліки виключено у СВВ, структурна схема (Структура 2) якої побудована з огляду на базові положення Методу 2 (див. розділ 3 монографії). До того ж отримане в розділі 3 рівняння (3.11) приводиться на ідмину від (6.6) до вигляду

$$\begin{aligned}
 B_{ik} \cdot e^{j\beta_{ik}} \cdot e^{j\omega_k t} &= |W_{ii}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{ii}(\omega_k)} \cdot A_{ik} \cdot e^{j\varphi_{ik}} \cdot e^{j\omega_k t} + \\
 &+ \sum_{N_2} |W_{iN_2}(j\omega_k)| \cdot e^{j\gamma_{iN_2}(\omega_k)} \cdot A_{N_2k} \cdot e^{j\varphi_{N_2k}} \cdot e^{j\omega_k t} \\
 &(i = \overline{1,3}), (N_2 = 2,3; 1,3; 1,2).
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

Структурна схема СВВ, що відповідає рівнянню (6.7) на частоті ω_k , приведена на рисунку 6.6. У цій схемі умова $B_{ik} = B_{ik}^* = \max$ досягається впливом на величини φ_{N_2k} , що повинні задовольняти на частоті $\omega_{v_{\text{рез}}}$ рівнянню

$$\gamma_{iN_2}(\omega_k) + \varphi_{N_2k} - \gamma_{ii}(\omega_k) - \varphi_{ik} = 0.$$

Крім того, для кожної v_i координати застосовується $N - 1$ блоків із передатною функцією $1 \cdot e^{i\varphi_{ik}}$. Наприклад, для частоти $\omega_{v_{i\text{рез}}}$ координати v_1 в каналах q_2 і q_1 схеми на рисунку 6.6 застосовують блоки W_{12k}^ϕ і W_{13k}^ϕ , де індекс k відповідає частоті випробувань $\omega_{v_{i\text{рез}}}$. Аналогічні функції виконують блоки W_{21k}^ϕ , W_{31k}^ϕ , W_{23k}^ϕ , W_{32k}^ϕ структурної схеми.

Алгоритм методу випробувань (Метод 2), спосіб технічної реалізації якого наведений на рисунку 6.6, формалізується у такий спосіб.

Етапи 1 і 2 Методу 2 збігаються з етапами 1, 2 Методу 1.

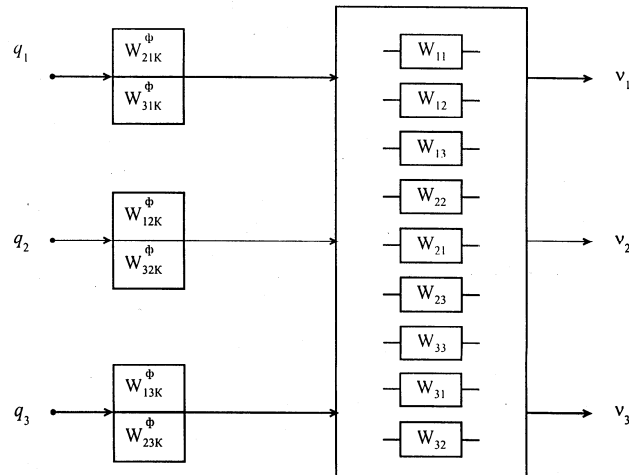


Рисунок 6.6 – Структурна схема СВВ

Етап 3. На резонансних частотах об'єкта $\omega_{v_{i\text{рез}}}$ виконують зміну зсувів фаз по черзі у всіх $N_2 = N - 1$ сполучених каналах q_{nN_2} («сполучені» зсуви фаз), домагаючись виконання умов, за яких амплітуда коливань об'єкта в напрямку i -ї аналізованої координати на кожному черговому етапі регулювання зсуву фаз стає максимальною.

Етап 4. При випробуваннях у контрольній точці платформи вібростенда відтворюють вібраційний режим із установленими значеннями резонансних частот $\omega_{v_{i\text{рез}}}$ об'єкта і «сполученими» зсувами фаз $\omega_{v_{ik\text{рез}}}$ між вібраційними компонентами платформи.

Питання конкретної технічної реалізації СВВ, що включає двокоординатний поступальний вібростенд, розглянемо на прикладі тривимірного об'єкта випробувань, особливості структури і вібраційної активності якого проаналізовано в розділі 3 роботи.

Технічна реалізація відзначеного режиму випробувань здійснюється системою вібровипробувань за допомогою контурів відтворення амплітуд і фаз вібраційних процесів, пошуку і відтворення резонансних вібрацій об'єкта [1, 57, 75, 76]. Один із можливих варіантів системи вібровипробувань поданий на рисунку 6.7. Система вібраційних випробувань працює в трьох режимах: режим пошуку резонансних частот; режим пошуку резонансних зсувів фаз; режим випробувань на вібронадійність.

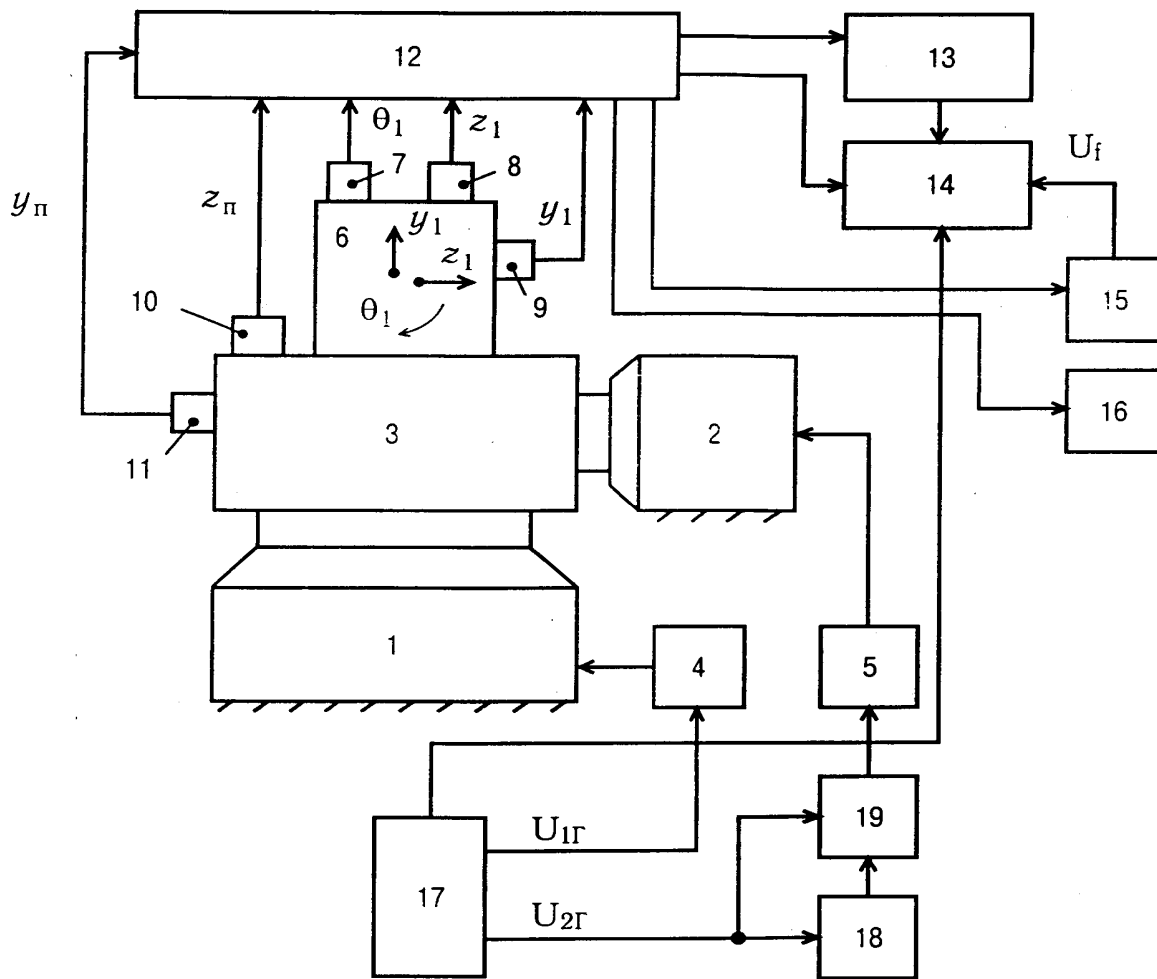


Рисунок 6.7 – Структурна схема СВІ:

1, 2, 3 – відповідно віброзбудники і платформа двокоординатного вібростенда;
 4, 5 – пристрої керування віброзбудниками 1, 2; 6 – випробуваний об'єкт просторової структури; 7 – вимірювальний перетворювач кутових вібрацій об'єкта; 8, 9, 10, 11 – вимірювальні перетворювачі поступальних вібрацій об'єкта 6 і платформи 3; 12 – комутатор; 13 – вібровимірювач; 14 – аналізатор амплітудно-частотних характеристик; 15 – частотовимірювач; 16 – фазовимірювач; 17 – генератор гармонійних коливань; 18 – керований фазообертувач; 19 – ключ; $U_{1Г}$, $U_{2Г}$ – вихідні сигнали генератора 17; U_f – вихідний сигнал частотовимірювача 15, пропорційний поточній частоті

Режим пошуку резонансних частот.

У цьому режимі здійснюється пошук і визначення для кожної координати y_1 , z_1 , θ_1 об'єкта випробувань власної резонансної частоти $\omega_{y_1рез}$, $\omega_{z_1рез}$, $\omega_{\theta_1рез}$. Для цього вихідні сигнали $U_{1Г}$, $U_{2Г}$ однакової частоти генератора 17 подають на вхід пристрою 4 і пристрою 5 керування через фазообертувач 18 і ключ 19. За допомогою вібровимірювача 13 установлюють на нижньому значенні діапазону робочих частот задані значення амплітуд $A_{y_n}^*$ і $A_{z_n}^*$ коливань платформи, забезпечуючи за допомогою фазообертувача 18 нульовий зсув фаз між

сигналами y і z . Крім цього, показання A_{y_n} і A_{z_n} контролюються по ланцюжку: комутатор – вібровимірювач (вібровимірювач 13 має один вхід, тому комутатор 12 здійснює підключення до нього потрібного сигналу), а показання зсуву фаз α між процесами y і z – по ланцюжку: комутатор – фазовимірювач. Далі роблять одночасне сканування частот сигналів $U_{1Г}$, $U_{2Г}$ у діапазоні робочих частот, підтримуючи, впливаючи на амплітуди $U_{1Г}$ і $U_{2Г}$, амплітуди A_{y_n} і A_{z_n} на заданих $A_{y_n}^*$ і $A_{z_n}^*$ рівнях, а впливаючи на фазообертувач 18 – нульовий зсув фаз, і аналізуючи блоком 14 частотні характеристики $A_{y_1}(\omega)$, $A_{z_1}(\omega)$, $A_{\theta_1}(\omega)$ об'єкта 6, підключаючи його за допомогою комутатора 12 до виходів вібровимірювальних перетворювачів 7, 8, 9. До того ж на вхід аналізатора 14 надходить сигнал U_f , пропорційний поточній частоті. Як резонансні частоти $\omega_{y_1рез}$, $\omega_{z_1рез}$, $\omega_{\theta_1рез}$ приймають частоти ω , за яких $A_{y_1}(\omega)$, $A_{z_1}(\omega)$, $A_{\theta_1}(\omega)$ максимальні. Значення частот вимірюють частотовимірювачем 15.

Далі наступає режим пошуку резонансних зсувів фаз.

У цьому режимі генератором 17 спочатку встановлюється для обох сигналів $U_{1Г}$ і $U_{2Г}$, наприклад частота $\omega_{z_1рез}$. Установлюють $A_{y_n} = A_{y_n}^*$, $A_{z_n} = A_{z_n}^*$ і $\theta = 0$. Далі роблять за допомогою фазообертувача 18 варіювання зсуву фаз у діапазоні $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$, підтримуючи $A_{y_n} = A_{y_n}^*$, $A_{z_n} = A_{z_n}^*$ і аналізуючи за допомогою вібровимірювача 13 характеристики A_{z_1} . Як резонансний зсув фаз $\alpha_{z_1рез}$ приймають зсув фаз, за якого значення A_{z_1} максимально. Значення зсуву фаз вимірюють фазовимірювачем 16.

Операцію цю повторюють аналогічно для частот $\omega_{y_1рез}$ і $\omega_{\theta_1рез}$, визначаючи відповідно $\alpha_{y_1рез}$ і $\alpha_{\theta_1рез}$.

Наступним є режим випробувань на вібронадійність.

У цьому режимі на платформі стенда по кожному каналу віброзбудження відтворюють сигнали

$$\begin{aligned} y &= A_{y_1}^* \sin(\omega_{y_1рез}t + \alpha_{y_1рез}) + A_{y_2}^* \sin(\omega_{z_1рез}t + \alpha_{z_1рез}) + \\ &+ A_{y_3}^* \sin(\omega_{\theta_1рез}t + \alpha_{\theta_1рез}); \\ z &= A_{z_1}^* \sin \omega_{y_1рез}t + A_{z_2}^* \sin \omega_{z_1рез}t + A_{z_3}^* \sin \omega_{\theta_1рез}t, \end{aligned}$$

де $A_{y_i}^*$, $A_{z_i}^*$ ($i = 1, 3$) – задані нормативним документом амплітуди коливань об'єкта на резонансних частотах $\omega_{y_1рез}$, $\omega_{z_1рез}$, $\omega_{\theta_1рез}$.

Тут вихідний сигнал $U_{2Г}$ генератора подають на вхід пристрою 5 керування, минаючи фазообертувач 18. Забезпечується це в результаті відповідної комутації ключа 19. Водночас об'єкт 6 проходить випробування одночасно на трьох резонансних частотах $\omega_{y_1, z_1, \theta_1рез}$. У результаті досягається проведення випробувань тривимірного ОПС на вібронадійність у режимі, найбільш небезпечному з погляду відмови по параметрах віброактивності і

віброміцності, що виключає занижені оцінки показників вібронадійності об'єкта в експлуатації.

6.4 Експериментальні дослідження СВВ, що реалізують ефект синергізму багатокординатної вібрації

Експериментальні дослідження СВВ, структурна схема якої розроблена в розділі 6.1 і наведена на рисунку 6.3, що реалізує вібраційні випробування тривимірного об'єкта на двокоординатному поступальному вібростенді, формалізовані за допомогою чисельного експерименту. При цьому механічна схема об'єкта відповідає схемі на рисунку 2.1. У частотній області динамічною моделлю об'єкта, з огляду на матричне рівняння (2.17), буде вираз:

$$W_1(j\omega) Q_1(j\omega) = W_2(j\omega) Q_2(j\omega), \quad (6.8)$$

де

$$\begin{aligned} Q_1(j\omega) &= [y_1(j\omega), z_1(j\omega), \theta_1(j\omega)]'; \\ Q_2(j\omega) &= [y_2(j\omega), z_2(j\omega), 0]'; \\ W_{1y}(j\omega) &= \sum_{i_y} c_{i_y} - M\omega^2 + j \sum_{i_y} b_{i_y} \omega, \quad i_y \in \{3, 6\}; \\ W_{1z}(j\omega) &= \sum_{i_z} c_{i_z} - M\omega^2 + j \sum_{i_y} b_{i_y} \omega, \quad i_z \in \{1, 2, 4, 5\}; \\ W_{1y\theta}(j\omega) &= W_{2y\theta}(j\omega) = \sum_{i_y} c_{i_y} z_{01i_y}^{o\bar{o}} + j \sum_{i_y} b_{i_y} z_{01i_y}^{o\bar{o}} \omega; \\ W_{1z\theta}(j\omega) &= W_{2z\theta}(j\omega) = \sum_{i_z} c_{i_z} z_{01i_z}^{o\bar{o}} + j \sum_{i_z} b_{i_z} z_{01i_z}^{o\bar{o}} \omega; \\ W_{1\theta}(j\omega) &= \sum_{i_y} c_{i_y} (z_{01i_y}^{o\bar{o}})^2 + \sum_{i_z} c_{i_z} (y_{01i_z}^{o\bar{o}})^2 - \\ &\quad - J_{x_1x_1} \omega^2 + j \left(\sum_{i_y} b_{i_y} (z_{01i_y}^{o\bar{o}})^2 + \sum_{i_z} b_{i_z} (y_{01i_z}^{o\bar{o}})^2 \right) \omega; \\ W_{2y}(j\omega) &= \sum_{i_y} c_{i_y} + j \sum_{i_y} b_{i_y} \omega; \quad W_{2z}(j\omega) = \sum_{i_z} c_{i_z} + j \sum_{i_z} b_{i_z} \omega; \\ W_{2y\theta_2}(j\omega) &= \sum_{i_y} c_{i_y} z_{02i_y}^{n\bar{n}} + j \sum_{i_y} b_{i_y} z_{02i_y}^{n\bar{n}} \omega; \\ W_{2z\theta_2}(j\omega) &= \sum_{i_z} c_{i_z} y_{02i_z}^{n\bar{n}} + j \sum_{i_z} b_{i_z} y_{02i_z}^{n\bar{n}} \omega; \\ W_{2\theta}(j\omega) &= \sum_{i_y} c_{i_y} z_{01i_y}^{o\bar{o}} z_{02i_y}^{n\bar{n}} + \sum_{i_z} c_{i_z} y_{01i_z}^{o\bar{o}} y_{02i_z}^{n\bar{n}} + \\ &\quad + j \left(\sum_{i_y} b_{i_y} z_{01i_y}^{o\bar{o}} z_{02i_y}^{n\bar{n}} + \sum_{i_z} b_{i_z} y_{01i_z}^{o\bar{o}} y_{02i_z}^{n\bar{n}} \right) \omega; \\ y_2(j\omega) &= Jm(A_{y_2} e^{j\omega t}) = A_{y_2} (1 + j \cdot 0) \sin \omega t; \\ z_2(j\omega) &= Jm(A_{z_2} e^{(j\omega t + \alpha)}) = A_{z_2} (\cos \alpha + j \sin \alpha) \sin \omega t. \end{aligned}$$

При розв'язанні задачі моделювання вібраційного стану об'єкта його

масові, інерційні й геометричні характеристики точок закріплення пружних елементів до конструктивного елементу і платформи вібростенда, характеристики жорсткості й опору кожного із шести пружних елементів відповідають прийнятим у розділі 5.1.

Коефіцієнти опору $b_{iy, iz}$ амортизаторів, координати контрольної точки об'єкта $(y_{01k}^{об}, z_{01k}^{об})$, фазовий зсув α , частота ω й амплітуди A_{y_2} , A_{z_2} зовнішнього кінематичного впливу варіюються і вибираються з огляду на вихідні параметри векторів $Q_1(j\omega)$ і $Q_{1k}(j\omega) = W_{3k}Q_1(j\omega)$.

На рисунках 6.8 – 6.10 подано залежності $y_1(\omega)$, $z_1(\omega)$, $Q_1(j\omega)$, $y_{1кт}(\omega)$, $z_{1кт}(\omega)$ в умовах $\omega = [0 - 300]$ рад/с, отримані при тільки горизонтальному (контрольні точки (1,2) і (3,4) на рис. 6.8) і тільки вертикальному і (контрольні точки (1,4) і (2,3) на рис. 6.9) вібронавантаженні. Тут координати y_1, z_1, θ_1 відповідають центру мас конструктивного елемента 8 на рисунку 5.2, а контрольні точки 1 – 4 позначені на цій механічній схемі.

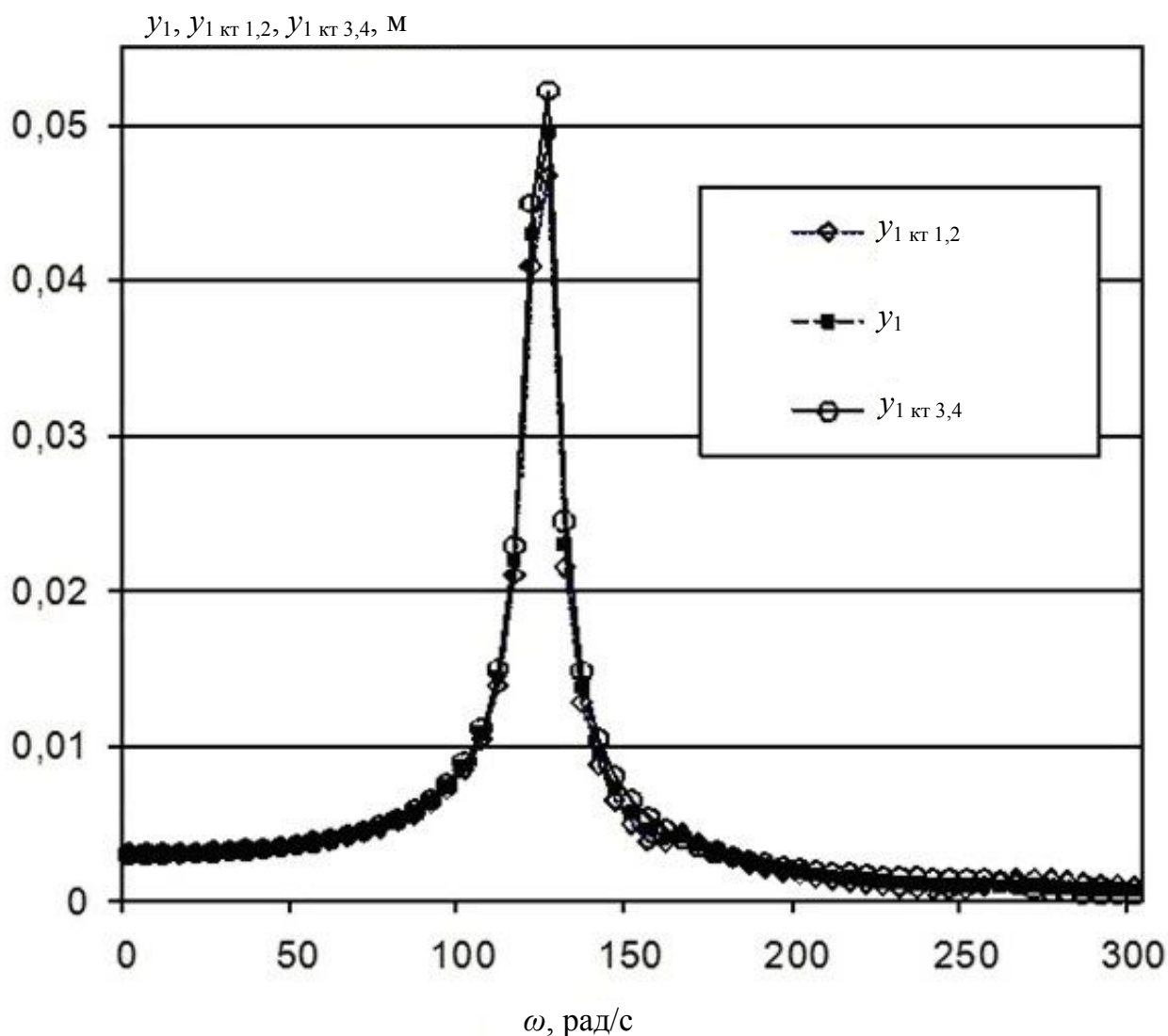


Рисунок 6.8 – Залежності $y_1, y_{1кт}(\omega)$ для тільки горизонтального (контрольні точки (1,2) і (3,4) об'єкта) вібронавантаження

Аналіз кривих показує, що при випробуваннях тривимірного об'єкта тільки на горизонтальному вібростенді на частоті $\omega_{y_{1рез}}$ амплітуди коливань у напрямку координати y_1 менше однойменних амплітуд у режимі двокоординатного навантаження на 11,6 % (контрольні точки (1, 2)), 10,4 % (контрольні точки (3, 4)) і 21,3 % (центр мас об'єкта). У разі застосування тільки вертикального вібростенда зниження амплітуд коливань у напрямку координати z_1 складає: 12,3 % (контрольні точки (1, 4)); 15,4 % (контрольні точки (2, 3)) і 14,3 % (центр мас).

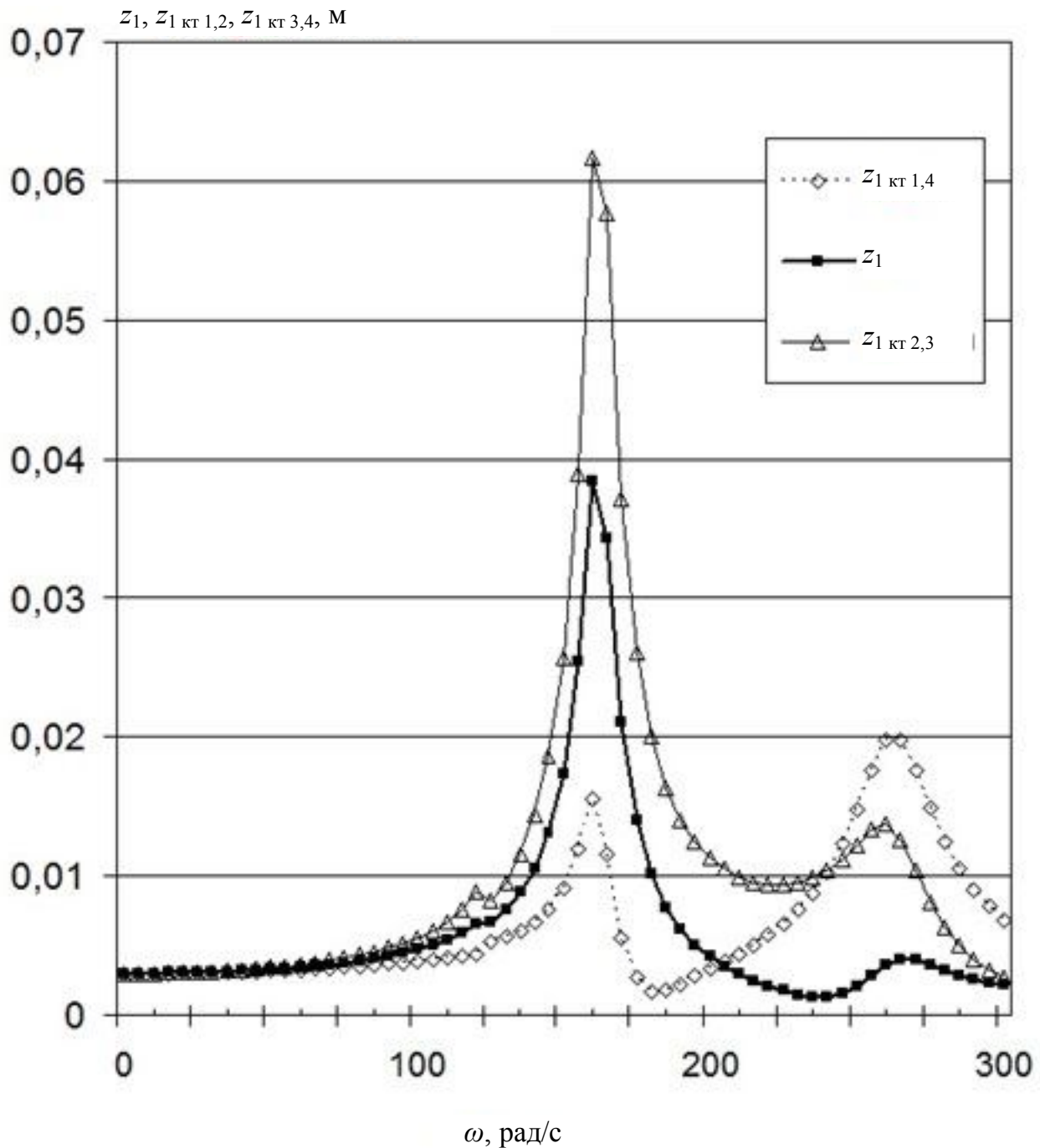


Рисунок 6.9 – Залежності $z_1, z_{1\text{кт}}(\omega)$ для тільки вертикального (контрольні точки (1,4) і (2,3) об'єкта) вібронавантаження

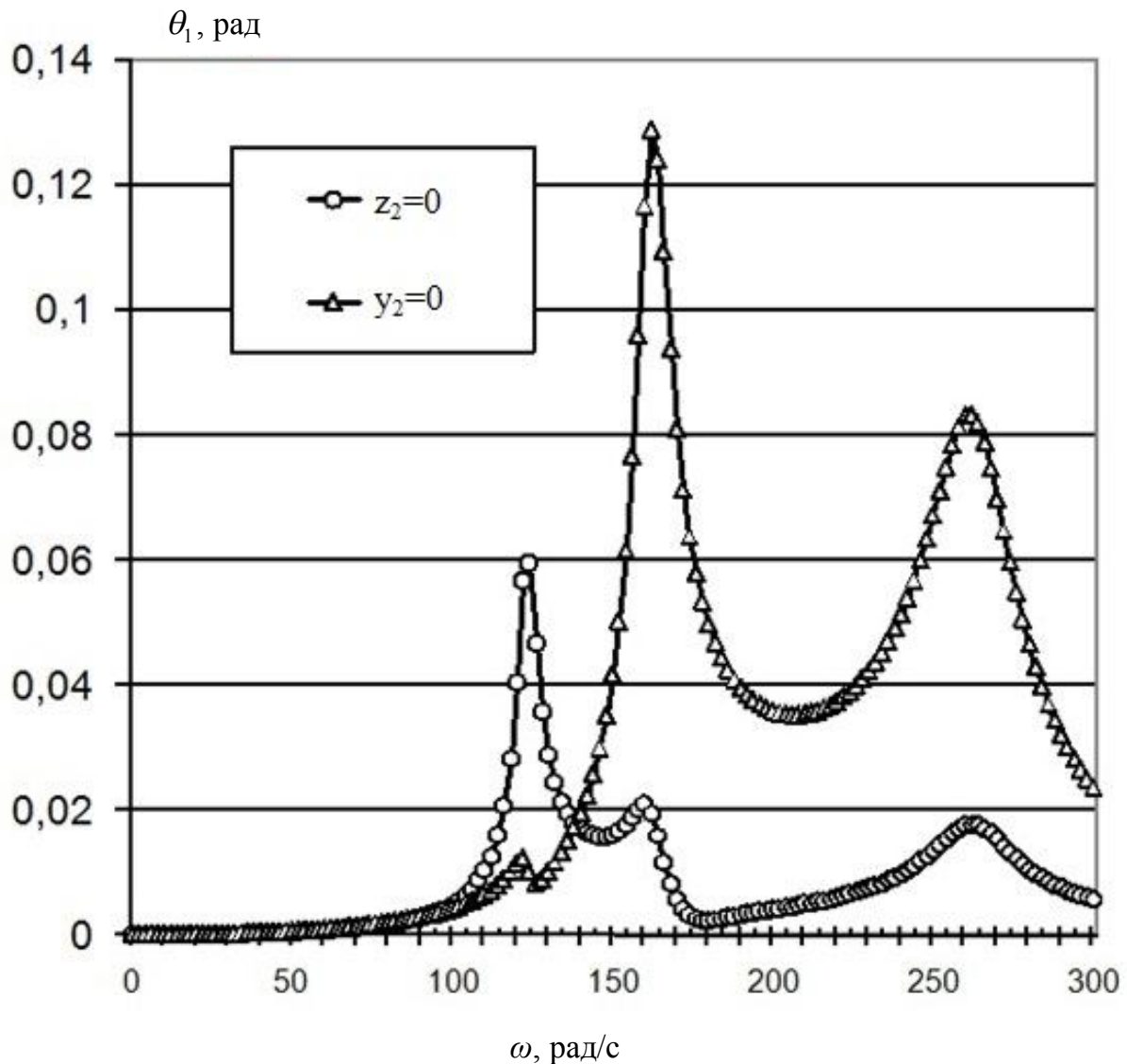


Рисунок 6.10 – Залежність $\theta_1(\omega)$ для тільки горизонтального ($z_2 = 0$) і тільки вертикального ($y_2 = 0$) вібронавантаження

У випадку застосування тільки вертикального вібростенда відбувається збільшення (зменшення) амплітуд коливань тривимірного об'єкта досліджень у напрямку кутової координати θ_1 відповідно: на частоті спряженого резонансу від горизонтальної лінійної координати y_1 об'єкта досліджень на рівні 325,49 %; на частоті спряженого резонансу від вертикальної лінійної координати z_1 – на рівні 6,6 %; кутової (частота власного резонансу) координати θ_1 – на рівні 20 %. При тільки горизонтальному вібронавантаженні об'єкта досліджень також отримано: на частоті спряжених резонансів у напрямку кутової координати y_1 – на рівні 14,8 % й вертикальної координати z_1 – на рівні 558,18 %; кутової координати θ_1 – на рівні 464,97 %.

У результаті при проведенні випробувань багатовимірного об'єкта просторової структури тільки на горизонтальному або тільки вертикальному вібростендах перекручуються енергетичні характеристики механічних коливань об'єкта в напрямку лінійних і кутових координат.

6.5 Структури систем випробувань об'єктів, що реалізовані на базі силових багатокоординатних вібростендів

У розділі 6.1 розглянуто структури систем випробувань об'єктів, що реалізовано на базі багатокоординатних кінематичних вібростендів. Проте вони не можуть бути використані при створенні випробувальної системи, конструктивна схема стенду якої побудована на силовому принципі збудження багатокоординатних вібрацій [1, 3, 5, 6, 18].

Обумовлено це такими важливими конструктивними особливостями стендів, що використовуються: роздільним (незалежним) регулюванням амплітуди, частоти і фази змушувальних сил віброзбудників; залежністю напрямку дії змушувальних сил, у нерухомій системі координат від поточних коливань платформи.

Зважаючи на викладене вище, у цьому розділі монографії розглянуто структури систем випробувань об'єктів, побудованих на базі силових багатокоординатних вібростендів, а також принципи відтворення багатокоординатних, поступальних вібрацій, які засновані на розв'язанні задачі активної компенсації паразитних кутових коливань платформи стенда і почерговому накладенні спеціальних кінематичних в'язей на її рух у просторі.

Схема аналізованого в роботі вібростенда з силовим способом збудження просторових коливань наведена на рисунку 6.11.

Узагальненими координатами для вібростенда цієї схеми є координати x, y, z центра мас системи в інерціальній системі координат і кути Ейлера θ, ψ, φ .

Потенційна енергія вібростенда і дисипативна функція Релея визначаються виразами [1, 3, 26, 66]

$$П = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{26} c_i u_i^2, \quad \Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=3}^{26} h_i u_i^2, \quad (6.9)$$

$$\text{де } u = \|R_c - R_n\| - \|R_c - R_{on}\| = \left((x_c - x_n - x + y_n\psi - z_n\varphi)^2 + (y_c - y_n - y - x_n\psi + z_n\theta)^2 + (z_c - z_n - z + x_n\varphi - y_n\theta)^2 \right)^{1/2} - \left((x_c - x_n)^2 + (y_c - y_n)^2 + (z_c - z_n)^2 \right)^{1/2};$$

$$R = \{x_c, y_c, z_c\}; R_{on} = \{x_n, y_n, z_n\};$$

$$R_n = \{x_n + x - y_n\psi + z_n\varphi, y_n + y + x_n\psi - z_n\theta, z_n + z - x_n\varphi + y_n\theta\} -$$

радіуси вектори точок кріплення пружних елементів 3-26 відповідно до нерухомої основи і платформи при не збудженому ($V = 0, \omega = 0$) і збудженому вібростенді; $x_c, y_c, z_c, x_n, y_n, z_n$ – координати точок кріплення пружних елементів у системі координат $Oxyz$ при не збудженому вібростенді. Обмежившись у виразах (6.9) лінійними членами їх розкладання в ряд Маклорена, отримаємо

$$\frac{\partial \Pi}{\partial S_n} = \sum_{m=1}^6 \sum_{i=3}^{26} c_i \frac{\partial u_i}{\partial S_m} \frac{\partial u_i}{\partial S_n} S_m, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial S_n} = \sum_{m=1}^6 \sum_{i=3}^{26} h_i \frac{\partial u_i}{\partial S_m} \frac{\partial u_i}{\partial S_n} \dot{S}_m,$$

де S_m – m – та узагальнена координата вібростенда.

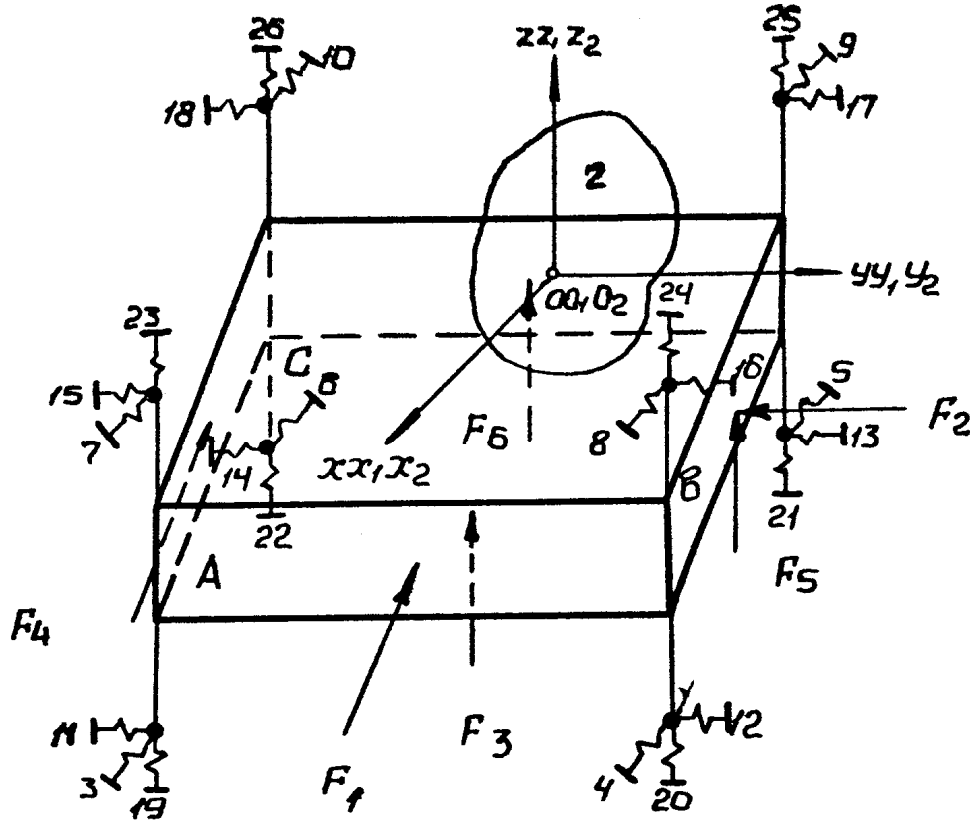


Рисунок 6.11 – Схема вібростенда:

1 – платформа; 2 – об'єкт випробувань, жорстко закріплений на платформі; 3-26 – пружні елементи підвіски платформи з коефіцієнтами жорсткості c_{3-26} і демпфірування h_{3-26} ; F_{1-6} – зовнішні сили, що збуджують вібрацію, лінії дії яких паралельні осям рухомої системи координат $O_1x_1y_1z_1$, полюс якої співпадає з центром мас системи «платформа – об'єкт», а осі не є головними осями інерції системи; $Oxyz$ – інерціальна система координат; $O_2x_2y_2z_2$ – система координат, що поступально рухається відносно інерціальної системи координат; M – маса системи «платформа – об'єкт»

Узагальнені зовнішні сили вібростенда мають, враховуючи результати робіт [1, 3, 26, 66], такий вигляд:

$$\begin{aligned} Q_x &= F_1 + F_4 - F_2\psi + (F_3 + F_5 + F_6)\varphi; \\ Q_y &= (F_1 + F_4)\psi + F_2 - (F_3 + F_5 + F_6)\theta; \\ Q_z &= -(F_1 + F_4)\varphi + F_2\theta + F_3 + F_5 + F_6; \\ Q_\theta &= F_1y_{1B} + F_5y_{5B} + F_6y_{6B} - F_2y_{2B} + \varphi(F_2x_{2B} - F_1y_{1B} - F_4y_{4B}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_\varphi &= F_1 z_{1B} + F_4 z_{4B} - F_3 x_{3B} - F_5 x_{5B} - F_6 x_{6B}; \\
Q_\psi &= -\varphi(F_3 y_{3B} + F_5 y_{5B} + F_6 y_{6B} - F_2 z_{2B}) + \\
&+ \theta(F_1 z_{1B} + F_4 z_{4B} - F_3 x_{3B} - F_5 x_{5B} - F_6 x_{6B}) + F_2 x_{2B} - F_1 y_{1B} - F_4 y_{4B},
\end{aligned}$$

де x_{iB}, y_{iB}, z_{iB} – координати точок прикладення змушувальних сил, у системі координат $O_1 x_1 y_1 z_1$.

Система диференціальних рівнянь руху вібростенда у такому разі, враховуючи [1, 3, 26, 66], має вигляд:

$$\begin{aligned}
x &= W_x (F_{11} - \varphi(W_{x\varphi} - F_{13}) + \psi(W_{x\psi} - F_{12})); \\
y &= W_y (F_{12} - \psi(W_{y\psi} - F_{11}) + \theta(W_{y\theta} - F_{13})); \\
z &= W_z (F_{13} - \theta(W_{z\theta} - F_{12}) + \varphi(W_{z\varphi} - F_{11})); \\
\psi &= W_\psi (F_{12} x_{12B} - F_{11} y_{11B} + x W_{x\psi} - y W_{y\psi} + \\
&+ \varphi(W_{\psi\varphi} + F_{12} z_{12B} - F_{13} y_{13B}) + \theta(W_{\psi\theta} + F_{11} z_{11B} - F_{13} x_{13B})); \\
\theta &= W_\theta (F_{13} y_{13B} - F_{12} z_{12B} + y W_{y\theta} - z W_{z\theta} + \psi W_{\psi\theta} + \\
&+ \varphi(W_{\theta\varphi} + F_{12} x_{12B} - F_{11} y_{11B})); \\
\varphi &= W_\varphi (F_{11} y_{11B} - F_{13} \tilde{\delta}_{13B} - x W_{x\varphi} + z W_{z\varphi} + \psi W_{\psi\varphi} + \theta W_{\theta\varphi}), \quad (6.10)
\end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
W_y &= \frac{1}{Mp^2 + \sum_{i=11}^{18} (h_i p + c_i)}; \\
W_{x\varphi} &= \sum_{i=3}^{10} z_{in} (h_i p + c_i); \quad W_{x\psi} = \sum_{i=3}^{10} y_{in} (h_i p + c_i); \\
W_{y\psi} &= \sum_{i=11}^{18} x_{in} (h_i p + c_i); \quad W_{y\theta} = \sum_{i=11}^{18} z_{in} (h_i p + c_i); \\
W_z &= \frac{1}{Mp^2 + \sum_{i=19}^{26} (h_i p + c_i)}; \\
W_{z\theta} &= \sum_{i=19}^{26} y_{in} (h_i p + c_i); \quad W_{z\varphi} = \sum_{i=19}^{26} x_{in} (h_i p + c_i); \\
W_\theta &= \frac{1}{J_{x_1 x_1} p^2 + \sum_{i=11}^{18} (z_{i\ddot{r}})^2 (h_i p + c_i) + \sum_{i=19}^{26} (y_{i\ddot{r}})^2 (h_i p + c_i)}; \\
W_{\theta\varphi} &= J_{y_1 x_1} p^2 + \sum_{i=19}^{26} x_{i\ddot{r}} y_{i\ddot{r}} (h_i p + c_i);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{\psi} &= \frac{1}{J_{z_1 z_1} p^2 + \sum_{i=3}^{10} (y_{in})^2 (h_i p + c_i) + \sum_{i=11}^{18} (x_{in})^2 (h_i p + c_i)}; \\
W_{\psi\varphi} &= J_{y_1 z_1} p^2 + \sum_{i=3}^{10} y_{in} z_{in} (h_i p + c_i); \\
W_{\psi\theta} &= J_{x_1 z_1} p^2 + \sum_{i=11}^{18} x_{in} z_{in} (h_i p + c_i); \\
W_{\theta} &= \frac{1}{J_{x_1 x_1} p^2 + \sum_{i=11}^{18} (z_{in})^2 (h_i p + c_i) + \sum_{i=19}^{26} (y_{in})^2 (h_i p + c_i)}; \\
W_{\theta\varphi} &= J_{x_1 y_1} p^2 + \sum_{i=19}^{26} y_{in} x_{in} (h_i p + c_i); \\
W_{\varphi} &= \frac{1}{J_{y_1 y_1} p^2 + \sum_{i=3}^{10} (z_{in})^2 (h_i p + c_i) + \sum_{i=19}^{26} (x_{in})^2 (h_i p + c_i)}; \\
F_{11} &= F_1 + F_4; \quad F_{12} = F_2; \quad F_{13} = F_3 + F_5 + F_6; \\
F_{12} x_{12B} &= F_2 x_{2B}; \quad F_{11} y_{11B} = F_1 y_{1B} + F_4 y_{4B}; \\
F_{12} z_{12B} &= F_2 z_{2B}; \quad F_{13} y_{13B} = F_3 y_{3B} + F_5 y_{5B} + F_6 y_{6B}; \\
F_{11} z_{11B} &= F_1 z_{1B} + F_4 z_{4B}; \quad F_{13} x_{13B} = F_3 x_{3B} + F_5 x_{5B} + F_6 x_{6B}.
\end{aligned}$$

Відповідно до рівнянь (6.10) вібростенд належить до класу багатозв'язних об'єктів управління зі змінними параметрами [1]. Змінність параметрів математичної моделі стенда обумовлена залежністю напряду дії змушувальних сил у нерухомій системі координат від кутових коливань платформи і проявляється у вигляді зв'язності коливань платформи через узагальнені координати θ, ψ, φ . Це призводить до появи, наприклад, у спектрі коливань платформи у напрямку узагальненої координати x сумарних і різницевих частот змушувальних сил F_{12}, F_{13} і кутових коливань ψ та φ платформи. Обмеженість функціональних можливостей силових віброзбудників стендів, а саме: жорстке стаціонарне закріплення віброзбудників на корпусі платформи стенда; роздільне регулювання амплітуди і фази змушувальних сил, їхня моногармонійність, не дозволяють виключити вказану вище зв'язаність коливань платформи шляхом формування спеціальних законів зміни в часі узагальнених сил F_{11}, F_{12}, F_{13} . Розроблення структури системи випробувань об'єктів у цьому випадку є дуже складним завданням, оскільки підсистема керування стендом виявляється некерованою [1, 3]. Реальним шляхом усунення вказаного обмеження є розроблення спеціальних конструктивних заходів, застосування яких дозволило б зменшити вказані вище зв'язаність і змінність параметрів математичної моделі вібростенда настільки, що ними можна було б нехтувати. У монографії для цього запропоновано використати спеціальне

резонансне налаштування пружних елементів підвіски платформи стенда, доцільність якої доведена на наступному прикладі.

Розглянемо друге рівняння системи (6.10). Нехай, наприклад,

$$\begin{aligned} F_{12} = F_2 = A_y \sin \omega_1 t; \quad \psi = A_\psi \sin(\omega_1 t + \alpha_\psi); \\ \theta = A_\theta \sin(\omega_1 t + \alpha_\theta); \quad F_{11} = A_x \sin(\omega_1 t + \alpha_x); \\ F_{13} = A_z \sin(\omega_1 t + \alpha_z); \quad M = 10 \text{ кг.} \end{aligned}$$

Для заданої частоти вібровипробувань $\omega_1 = 60$ рад/с отримаємо

$$|W_y(j\omega_1)| = \frac{1}{\sum_{i=1}^{18} c_i \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2}}},$$

$$\text{де } \omega_0 = \left(\sum_{i=1}^{18} \frac{c_i}{M}\right)^{1/2}; \quad \xi = \frac{\sum_{i=1}^{18} h_i}{2\left(M \sum_{i=1}^{18} c_i\right)^{1/2}}.$$

Амплітудно-частотна характеристика $|W_y(j\omega)|$ за $\omega_p = \omega_0(1 - 2\xi^2)^{1/2}$ має резонансний пік, висота якого

$$|W_y(j\omega_\delta)| = \frac{1}{\sum_{i=1}^{18} c_i} \cdot \frac{1}{2\xi(1 - \xi^2)^{1/2}}.$$

Нехай також пружні елементи 11-18 підвісок платформи характеризуються регульованим демпфуванням і жорсткістю. Налаштуємо параметри h_i і c_i пружних елементів так, щоб для заданих M і ω_1 виконувались рівності

$$\xi = 3 \cdot 10^{-2}, \quad \omega_p = \omega_1. \quad (6.11)$$

Це дозволяє значно зменшити вплив членів виду ψF_{11} , θF_{13} на коливання y , оскільки для сумарної частоти $\omega_c = 2\omega_1$ наявна нерівність

$$|W_y(j\omega_c)| \ll |W_y(j\omega_1)|.$$

Для цього прикладу отримаємо

$$\left(|W_y(j\omega_1)| / |W_y(j\omega_c)|\right) > 50.$$

Застосування вказаного резонансного налаштування вібростенда має ще одну позитивну властивість, що полягає в суттєвому зменшенні зв'язаності між поступальними і кутовими коливаннями платформи, оскільки при виконанні умови (6.11) необхідна амплітуда змушувальної сили F_{y1} зменшується в $1/2\xi(1 - \xi^2)^{1/2}$ разів. Для цього прикладу $(1/2\xi(1 - \xi^2)^{1/2}) = 17$. Реалізація резонансного налаштування пружних елементів підвіски платформи стенда дозволяє, таким чином, перейти від нелінійних рівнянь (6.10) до системи лінійних диференціальних рівнянь вигляду

$$W_1 Q = W_2 F, \quad (6.12)$$

$$\text{де } Q = \{x, y, z, \psi, \theta, \varphi\}'; \quad F = \{F_1, F_4, F_2, F_3, F_5, F_6\}';$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_x & 0 & 0 & -W_{x\psi} & 0 & W_{x\varphi} \\ 0 & W_y & 0 & W_{y\psi} & -W_{y\theta} & 0 \\ 0 & 0 & W_z & 0 & W_{z\theta} & -W_{z\varphi} \\ -W_{x\psi} & W_{y\psi} & 0 & W_{\psi} & -W_{\psi\theta} & -W_{\psi\varphi} \\ 0 & -W_{y\theta} & W_{z\theta} & -W_{\psi\theta} & W_{\theta} & -W_{\theta\varphi} \\ W_{x\varphi} & 0 & -W_{z\varphi} & -W_{\psi\varphi} & -W_{\theta\varphi} & W_{\varphi} \end{bmatrix};$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -y_{1B} & -y_{4B} & x_{2B} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_{2B} & y_{3B} & y_{5B} & y_{6B} \\ z_{1B} & z_{4B} & 0 & x_{3B} & x_{5B} & x_{6B} \end{bmatrix}.$$

У цьому випадку структурна схема системи випробувань об'єктів, побудованої на базі багатокординатного силового вібростенда може бути подана на рисунку 6.12.

Підсистема 1 завдання складових вектора виконується у вигляді шестиканального блоку гармонійних (полігармонійних) коливань.

$$Q^* = \{x^* = A_{\delta}^* \sin(\omega_x t + \gamma_{\delta}^*),$$

$$y^* = A_{\delta}^* \sin(\omega_{\delta} t + \gamma_{\delta}^*), z^* = A_z^* \sin(\omega_z t + \gamma_z^*), \psi^* = A_{\psi}^* \sin(\omega_{\psi} t + \gamma_{\psi}^*),$$

$$\theta^* = A_{\theta}^* \sin(\omega_{\theta} t + \gamma_{\theta}^*), \varphi^* = A_{\varphi}^* \sin(\omega_{\varphi} t + \gamma_{\varphi}^*)\}$$

Підсистема 8 керування вібростендом забезпечує відтворення на платформі 4 вектора заданих стендових вібрацій з огляду на вказані особливості регулювання параметрів змушувальних сил, кінематики і динаміки стенда, прийнятого критерію керування. Блоки 9 і 11 системи здійснюють розрахунок

координатних складових векторів $F = \{F_1, F_4, F_2, F_3, F_5, F_6\}'$,

$F^* = \{F_1^*, F_4^*, F_2^*, F_3^*, F_5^*, F_6^*\}'$ відповідно до рівнянь $F = W_2^{-1} W_1 Q$ і

$F^* = W_2^{-1} W_1 Q^*$, де параметри передатних функцій W_1 і W_2 визначаються

розрахунковим шляхом у результаті розв'язання задачі ідентифікації. Блоки 10 і 12 системи формують на своїх виходах сигнали, пропорційні амплітудам і фазам складових векторів F і F^* . На виході блоку 14 системи формуються з огляду на прийнятий критерій керування сигнали управління, частотою, амплітудою і фазою вхідних сигналів вібробудників блока 3. Блок 15

The diagram shows a control system with the following components and connections:

- Block 1:** The initial input signal.
- Block 11:** Receives the input from Block 1 and provides feedback from Block 15.
- Block 12:** Receives the output from Block 11 and provides feedback signals A_F^* and φ_F^* to Block 13.
- Block 13:** Receives feedback from Block 12 and Block 10, and provides feedback signals A_F and φ_F to Block 10.
- Block 14:** Receives the output from Block 13 and provides input to Block 3.
- Block 3 and 4:** Part of a subsystem (labeled 2) that processes the signal from Block 14.
- Block 5, 6, and 7:** Part of another subsystem (labeled 5) that receives input from Block 4 and produces the output Q .
- Block 15:** Receives input from Block 3 and Block 9, and provides feedback to Block 11 and Block 13.
- Block 9 and 10:** Part of a third subsystem (labeled 8) that receives input from Block 7 and Block 15, and provides feedback signals A_F and φ_F to Block 13.

1 – підсистема формування заданих законів зміни в часі складових вектора Q^* ; 2 – підсистема відтворення, що містить блок 3 силових віброзбудників, а також платформу 4, об'єкт і пристосування для кріплення останнього до платформи на рисунку 6.12 не показані; 5 – підсистема виміру, що містить блок 6 віброперетворювачів і блок 7 розрахунку поточних значень складових вектора Q ; 8 – підсистема управління вібростендом, що містить блок 9 розрахунку значень вектора F змушувальних сил, блок 10 розрахунку векторів A_F і α_F амплітуд і фаз складових вектора F , блок 11 розрахунку значень вектора F^* заданих змушувальних сил, блок 12 розрахунку векторів A_F^* , α_F^* амплітуд і фаз складових вектора F^* , блок 13 порівняння, блок 14 управління силовими віброзбудниками (управління частотами, амплітудами і фазами сигналів керування віброзбудниками блока 3), блок 15 корекцій параметрів математичної моделі вібростенда

159

Припустимо далі, що закони зміни заданих поступальних вібрацій (вектор Q^*) мають вигляд

$$\begin{aligned}x^*(t) &= A_x^* \sin(\omega t + \gamma_x^*), \\y^*(t) &= A_y^* \sin \omega t, \\z^*(t) &= A_z^* \sin(\omega t + \gamma_z^*).\end{aligned}\tag{6.13}$$

Для заданих рівняннями (6.13) законів зміни поступальних вібрацій, координат точок прикладення змушувальних сил і отриманих рівнянь (6.10) динаміки стенда визначимо: параметри змушувальних сил $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$, за яких параметри відтворних на платформі стенда поступальних вібрацій

$$(A_x, A_y, A_z, \gamma_x, \gamma_z) \rightarrow (A_x^*, A_y^*, A_z^*, \gamma_x^*, \gamma_z^*),\tag{6.14}$$

а кутові коливання платформи

$$\{\psi(t), \theta(t), \varphi(t)\} \rightarrow 0.\tag{6.15}$$

Для розв'язання задачі застосуємо до вібростенда принцип компенсації паразитних кутових коливань платформи, розроблений у роботах [1, 21, 23], і врахуємо особливість структури диференціальних рівнянь (6.10), що полягає в зв'язаності поступальних коливань платформи тільки через кутові узагальнені координати θ, ψ, φ . У такому разі умови компенсації зводяться до системи рівнянь

$$\begin{aligned}F_2 x_{2B} - F_1 y_{1B} - F_4 y_{4B} + x W_{x\psi} - y W_{y\psi} &= 0, \\F_3 y_{3B} + F_5 y_{5B} + F_6 y_{6B} - F_2 z_{2B} + y W_{y\theta} - z W_{z\theta} &= 0, \\F_1 z_{1B} + F_4 z_{4B} - F_3 \delta_{3B} - F_5 x_{5B} - F_6 x_{6B} + x W_{x\varphi} + z W_{z\varphi} &= 0.\end{aligned}\tag{6.16}$$

Параметри сил, що збуджують, які задовольняють умовам відтворення (6.14), автономності (6.15) і компенсації (6.16), визначаються, на підставі результатів робіт [1, 23, 77], розв'язанням системи рівнянь

$$W F = A,\tag{6.17}$$

де

$$W = \begin{bmatrix} y_{1B} & y_{4B} & -x_{2B} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_{2B} & y_{3B} & y_{5B} & y_{6B} \\ z_{1B} & z_{4B} & 0 & -x_{3B} & -x_{5B} & -x_{6B} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$F' = [F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6];$$

$$\begin{aligned}A' &= \begin{bmatrix} x^* W_{x\varphi} - y^* W_{y\psi} & z^* W_{z\theta} - y^* W_{y\theta} \\ x^* W_{x\varphi} - z^* W_{z\varphi} & x^* W_x^{-1} y^* W_y^{-1} z^* W_z^{-1} \end{bmatrix},\end{aligned}$$

і мають такий вигляд:

$$F_1 = \frac{x^* (W_{x\psi} - W_x^{-1} y_{4B}) + y^* (W_y^{-1} y_{2B} - W_{y\psi})}{R_{yx}}; \quad (6.18)$$

$$F_4 = \frac{x^* (W_x^{-1} y_{1B} - W_{x\psi}) + y^* (W_{y\psi} - W_y^{-1} \tilde{\delta}_{2B})}{R_{yx}}; \quad (6.19)$$

$$F_2 = y^* W_y^{-1}; \quad (6.20)$$

$$F_3 = \left(x^* (W_{x\psi} R_{1_{yz}} R_{1_{zx}} - W_{x\phi} R_{1_{yz}} R_{1_{yx}} - W_x^{-1} R_{1_{yz}} R_{1_{yx}}) + \right. \\ \left. + y^* (-W_{y\psi} R_{1_{yz}} R_{1_{zx}} - W_{y\theta} R_{1_{xz}} R_{1_{yx}} + W_y^{-1} z_{2B} R_{1_{yz}} R_{1_{xz}} + W_y^{-1} x_{2B} R_{1_{zx}} R_{1_{yz}}) + \right. \\ \left. + z^* (W_{z\theta} R_{1_{xz}} R_{1_{yx}} + W_{z\phi} R_{1_{yz}} R_{1_{yx}} + W_z^{-1} R_{1_{yx}} y_{5B} x_{6B} - W_z^{-1} R_{1_{yx}} y_{6B} x_{5B}) \right) / BR_{1_{yx}}; \quad (6.21)$$

$$F_5 = \left(x^* (W_{x\psi} R_{2_{zx}} R_{2_{yz}} - W_{x\phi} R_{2_{yz}} R_{2_{yz}} + W_x^{-1} R_{2_{yz}} y_{4B} z_{1B} - W_x^{-1} R_{2_{yz}} y_{1B} z_{4B}) + \right. \\ \left. + y^* (-W_{y\psi} R_{2_{zx}} R_{2_{yz}} - W_{y\theta} R_{2_{yx}} R_{2_{xz}} + W_y^{-1} R_{2_{yx}} R_{2_{xz}} z_{2B} + W_y^{-1} R_{2_{zx}} R_{2_{yz}} x_{2B}) + \right. \\ \left. + z^* (W_{z\theta} R_{2_{yx}} R_{2_{xz}} + W_{z\phi} R_{2_{yz}} R_{2_{yz}} + W_z^{-1} R_{2_{yx}} y_{6B} x_{3B} - W_z^{-1} R_{2_{yx}} y_{3B} x_{6B}) \right) / B(-R_{2_{yx}}); \quad (6.22)$$

$$F_6 = \left(x^* (W_{x\psi} R_{3_{zx}} R_{3_{yz}} + W_{x\phi} R_{3_{yz}} R_{3_{yx}} - W_x^{-1} R_{3_{yz}} y_{4B} z_{1B} + W_x^{-1} R_{3_{yz}} y_{1B} z_{4B}) + \right. \\ \left. + y^* (-W_{y\psi} R_{3_{zx}} R_{3_{yz}} - W_{y\theta} R_{3_{xz}} R_{3_{yx}} + W_y^{-1} z_{2B} R_{3_{xz}} R_{3_{yx}} - W_y^{-1} x_{2B} R_{3_{yz}} R_{3_{zx}}) + \right. \\ \left. + z^* (W_{z\theta} R_{3_{xz}} R_{3_{yx}} - W_{z\phi} R_{3_{yz}} R_{3_{yx}} + W_z^{-1} R_{3_{yx}} x_{3B} y_{5B} - W_z^{-1} R_{3_{yx}} x_{5B} y_{3B}) \right) / BR_{3_{yx}}, \quad (6.23)$$

$$\text{де } B = y_{3B} R_{1_{xz}} - y_{5B} R_{2_{xz}} + y_{6B} R_{3_{xz}}; \quad R_{1_{yx}} = y_{1B} - y_{4B};$$

$$R_{1_{yz}} = y_{5B} - y_{6B}; \quad R_{1_{zx}} = z_{1B} - z_{4B}; \quad R_{1_{xz}} = x_{6B} - x_{5B};$$

$$R_{2_{zx}} = z_{4B} - z_{1B}; \quad R_{2_{yz}} = y_{3B} - y_{6B}; \quad R_{2_{yx}} = y_{4B} - y_{1B};$$

$$R_{2_{xz}} = x_{6B} - x_{3B}; \quad R_{3_{zx}} = z_{4B} - z_{1B}; \quad R_{3_{yz}} = y_{5B} - y_{3B};$$

$$R_{3_{xz}} = x_{5B} - x_{3B}; \quad R_{3_{yx}} = y_{1B} - y_{4B}.$$

Отримані рівняння (6.18), (6.19), (6.20), (6.21), (6.22), (6.23) для визначення параметрів змушувальних сил віброзбудників припускають попередню відомість параметрів передатних функцій математичної моделі (координати точок кріплення пружних елементів, точок прикладення змушувальних сил, інерційні, пружні й дисипативні характеристики вібростенда) і її структури. Застосування їх на практиці може зіткнутися з труднощами, обумовленими складністю і багатозв'язністю отриманих рівнянь, необхідністю розв'язання задачі ідентифікації параметрів математичної моделі стенда [1, 23, 78, 79].

Далі показано та досліджено шляхи усунення зазначених труднощів, розглянуті сукупність і послідовність операцій, що забезпечують налаштування вібростенда на заданий рівняннями (6.13), (6.14), (6.15) режим вібровипробувань.

Визначення завдання. Для заданих рівняннями (6.13) законів зміни за часом поступальних вібрацій, а також координат точок прикладення змушувальних сил, визначити: параметри (амплітуди і фази) основних змушувальних сил F_1, F_2, F_3 , за яких відтворені на платформі стенду поступальні вібрації задовольняють умові (6.14); параметри (амплітуди і фази) додаткових змушувальних сил F_4, F_5, F_6 , за яких кутові коливання платформи задовольняють умові (6.15). Водночас передбачається можливість незалежного регулювання амплітуд змушувальних сил, а також зрушень фаз між ними.

На підставі прийнятих допущень, а також результатів робіт [1, 23], умови компенсації паразитних кутових вібрацій при відтворенні на платформі стенда заданих рівняннями (6.13) поступальних вібрацій визначаються такими системами рівнянь

$$\begin{bmatrix} y_{1B} & y_{4B} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 x_{2B} + x^* W_{x\psi} - y^* W_{y\psi} \\ x^* W_x^{-1} \end{bmatrix}; \quad (6.24)$$

$$F_2 = y^* W_y^{-1}; \quad (6.25)$$

$$\begin{bmatrix} y_{3B} & y_{5B} & y_{6B} \\ x_{3B} & x_{5B} & x_{6B} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_3 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 x_{2B} - y^* W_{y\theta} + z^* W_{z\theta} \\ F_1 z_{1B} + F_4 z_{4B} - x^* W_{x\varphi} + z^* W_{z\varphi} \\ z^* W_z^{-1} \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

Із систем рівнянь (6.24), (6.25) і (6.26) отримаємо такі вирази для змушувальних сил F_{1-6} , тих, що задовольняють умовам (6.14), (6.15) визначення завдання:

$$F_1 = x^* W_x^{-1}; \quad (6.27)$$

$$F_2 = y^* W_y^{-1}; \quad (6.28)$$

$$F_3 = z^* W_z^{-1}; \quad (6.29)$$

$$F_4 = \left(\frac{W_{x\psi} W_x}{y_{4B}} - \frac{y_{1B}}{y_{4B}} \right) F_1 + \left(\frac{x_{2B}}{y_{4B}} - \frac{W_{y\psi} W_y}{y_{4B}} \right) F_2; \quad (6.30)$$

$$F_5 = -\frac{y_{6B}}{y_{5B}} F_6 + \left(\frac{W_{z\theta} W_z}{y_{5B}} - \frac{y_{3B}}{y_{5B}} \right) F_3 + \left(\frac{z_{2B}}{y_{5B}} - \frac{W_{y\theta} W_y}{y_{5B}} \right) F_2; \quad (6.31)$$

$$F_6 = -\frac{x_{5B}}{x_{6B}} F_5 + \left(-\frac{x_{3B}}{x_{6B}} + \frac{W_{z\varphi} W_z}{y_{6B}} \right) F_3 + \left(\frac{z_{3B}}{x_{6B}} - \frac{W_{x\varphi} W_x}{y_{6B}} \right) F_1. \quad (6.32)$$

Особливості структур отриманих рівнянь, а саме: абсолютна інваріантність рівнянь (6.27), (6.28), (6.29); інваріантність рівняння (6.30) від рівнянь (6.23) і (6.24); інваріантність коефіцієнтів взаємозв'язку рівнянь (6.31) і (6.32) від частоти збудження, дозволяють застосувати таку методику налаштування аналізованого вібростенда на режим випробувань, визначений умовами 6.14) і (6.15), яка не вимагає попереднього розв'язання задачі ідентифікації параметрів математичної моделі вібростенда.

Налаштування вібростенда розпочнемо з сили F_2 відповідно до рівнянь (6.13) і (6.27), впливаючи тільки на амплітуду сили. Для цього заздалегідь зафіксуємо платформу у напрямку узагальнених координат ψ, θ за допомогою одноступеневих поступальних вузлів з'єднання (механічних, пневматичних або ж електромагнітних напрямних), конструкція яких розглянута в роботі [1]. Вузли застосуємо відповідно до граней A і C платформи. Водночас платформа стенда матиме можливість вільного переміщення тільки у напрямку осі Oy . Необхідність вказаних обмежень переміщень платформи витікає із структур диференціальних рівнянь, що описують динаміку цього вібростенда і наведених у роботах [1, 23, 26], які показують, що взаємовплив між лінійними узагальненими координатами виявляється тільки через кутові узагальнені координати.

Далі проведемо налаштування амплітуд і фаз сил F_1, F_3 , враховуючи рівняння (6.13), (6.27) і (6.29) і фіксуємо платформу відповідно у напрямку координат φ, ψ , застосовуючи напрямні до граней B, C і θ, φ , застосовуючи напрямні до граней A і B .

Налаштувавши параметри змушувальних сил F_1, F_2 і F_3 , зробимо далі налаштування амплітуд і фаз сил F_4, F_5 і F_6 відповідно до рівнянь (6.30), (6.31), (6.32) і умови (6.15).

Налаштування сили F_4 : змушувальна сила F_4 , має забезпечувати компенсацію кутових коливань платформи навколо осі O_2z_2 (узагальнена координата ψ). Отже, у цьому випадку необхідно зафіксувати платформу у напрямку координат θ і φ , застосовувати напрямні до грані C . Із рівняння (6.30) витікає, що параметри сили F_4 залежать від координат точок прикладення, амплітуд, фаз і частот сил F_1, F_2 , передатних функцій $W_x, W_y, W_{x\psi}$ і $W_{y\psi}$, параметри яких, зі свого боку, залежать від координат точок кріплення, коефіцієнтів жорсткості й демпфірування пружних елементів підвіски платформи стенда.

Запишемо рівняння (6.30) у вигляді

$$A_1 \sin(\omega t + \beta_1) - A_2 \sin(\omega t + \beta_2) = 0, \quad (6.33)$$

де A_1, β_1 – амплітуда і фаза сили F_4 ; A_2, β_2 – амплітуда і фаза результуючого коливання правої частини рівняння (6.30) для сил F_1 і F_2 , що відповідають виразам (6.27) і (6.28).

Перетворимо ліву частину рівняння (6.33) до вигляду

$$A_3 \sin(\omega t + \beta_3) = (A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\beta_1 - \beta_2))^{1/2} \sin(\omega t + \beta_3). \quad (6.34)$$

Із рівняння (6.34) виходить, що для задоволення умовам компенсації параметри A_1 і β_1 сили F_4 повинні забезпечувати $A_3 \rightarrow 0$, оскільки, враховуючи (6.30), одночасно і $\psi = A_\psi \sin(\omega t + \gamma_\psi) \rightarrow 0$.

Розглянемо далі рівняння

$$\frac{\partial A_4}{\partial A_1} = 2A_1 - 2A_2 \cos(\beta_1 - \beta_2) = 0, \quad (6.35)$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial \beta_1} = \sin(\beta_1 - \beta_2) = 0, \quad (6.36)$$

де $A_4 = A_3^2$.

Рівняння (6.35) і (6.36) визначають величини A_1 і β_1 , за яких амплітуди A_3 і A_4 досягають екстремальних значень. Мінімальне (нульове) значення A_3 і A_4 мають за $\beta_1 = \beta_2$ і $A_1 = A_2$. Рівняння (6.36) не залежить від параметра A_1 , тому можна здійснити налаштування сили F_4 за таким алгоритмом.

1. Включаються сили F_1 і F_4 .

2. Установлюється деяке значення A_1 (без урахування фази β), якому відповідатиме певне значення вихідного сигналу вібровимірювального перетворювача амплітуди кутових коливань $\psi = A_\psi \sin(\omega t + \gamma_\psi)$.

3. Регулюється фаза β_1 до тих пір, поки не отримаємо екстремального значення (залежного від величини A_1) амплітуд A_ψ , A_3 (див. рівняння (6.36)).

4. Регулюється амплітуда A_1 до тих пір, поки не отримаємо екстремального (вже нульового) значення амплітуд A_ψ , A_3 (див. рівняння (6.35)).

Налаштування сил F_5 і F_6 , що забезпечують компенсацію кутових коливань платформи, відповідно у напрямку узагальнених координат θ і φ . Рівняння (6.31) і (6.32), що описують закони зміни сил F_5, F_6 , що збуджують, взаємозв'язані. Коефіцієнти взаємозв'язку є функціями координат точок прикладення сил і не залежать від частоти ω . Ця властивість рівнянь дозволяє запропонувати такі алгоритми налаштування сил.

1. Включаються сили F_2 і F_3 ; F_1 і F_3 .

2. Налаштовуються параметри сил $(F_5)_1 = A_5 \sin(\omega t + \beta_5)$ (за $F_6 = 0$) і $((F_6)_1 = A_6 \sin(\omega t + \beta_6))$ (за $F_5 = 0$) за алгоритмом, описаним раніше для сили F_4 , застосовуючи напрямні відповідно до граней A і B .

3. Відключаються сили F_1 , F_2 , F_3 .

4. Для отриманих $(F_{5,6})_1$ визначають налаштування сил $(F_{5,6})_2 = A_{7,8} \sin(\omega t + \beta_{7,8})$.

5. Остаточні значення сил F_5 і F_6 визначаються за виразами

$$F_{5,6} = (F_{5,6})_1 + (F_{5,6})_2.$$

У результаті здійснення зазначених операцій налаштування вібростенда на заданий умовою (6.15) режим випробувань (режим компенсації кутових коливань платформи) забезпечується тільки регулюванням параметрів змушувальних сил F_{4-6} , а умовою (6.14) (режим відтворення заданих поступальних вібрацій) – тільки регулюванням параметрів сил F_{1-3} .

У разі зміни параметрів математичної моделі стенда і частоти ω у рівняннях (6.13) налаштування амплітуд і фаз змушувальних сил F_{1-6} , необхідно повторити. Обумовлено це залежністю амплітудно-частотних і фазочастотних характеристик передатних функцій у рівняннях (6.27), (6.28), (6.29), (6.30), (6.31), (6.32) від варіації вказаних параметрів і частоти ω .

Ефективність запропонованого налаштування, залежність амплітуд основних і додаткових змушувальних сил, від частоти ω розглянемо на прикладі двокоординатного вібростенда, що має такі параметри:

$$\begin{aligned} M &= 16 \text{ кг}, \sum_{i=3}^{10} h_i = \sum_{i=11}^{18} h_i = 4 \cdot 10^2 \text{ кг/с}; \sum_{i=3}^{10} c_i = \sum_{i=11}^{18} c_i = 25 \cdot 10^4 \text{ кг/с}^2; \\ y_{1B} &= -2 \cdot 10^2 \text{ м}; y_{4B} = -2 \cdot 10^{-1} \text{ м}; x_{2B} = -3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \sum_{i=3}^{10} y_i = -1,6 \cdot 10^{-1} \text{ м}; \\ \sum_{i=11}^{18} x_i &= -2,4 \cdot 10^{-1} \text{ м}; \sum_{i=3}^{10} y_{in} h_i = -8 \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \sum_{i=11}^{18} x_{in} h_i = -12 \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \\ \sum_{i=3}^{10} y_{in}^2 h_i + \sum_{i=11}^{18} x_{in}^2 h_i &= 26,44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}; \sum_{i=3}^{10} y_i^2 c_i + \sum_{i=11}^{18} x_{in}^2 c_i = 1,6525 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2; \\ J_{zz} &= 0,3664 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; x^*(j\omega) = y^*(j\omega); z^*(j\omega) = \varphi^*(j\omega) = \theta^*(j\omega) = 0. \end{aligned}$$

На рисунку 6.13 наведені розрахункові амплітудно-частотні характеристики

$$\begin{aligned} |W_1(j\omega)| &= \left| \frac{W_y W_\psi - W_{x\psi} W_{y\psi} + W_y W_{x\psi} (x_{2B} - y_{1B}) - W_{y\psi}^2}{W_x W_y W_\psi - W_y W_{x\psi}^2 - W_x W_{y\psi}^2} \right|, \\ |W_2(j\omega)| &= \left| \frac{W_x W_y (x_{2B} - y_{1B}) + W_y W_{x\psi} - W_x W_{y\psi}}{W_x W_y W_\psi - W_y W_{x\psi}^2 - W_x W_{y\psi}^2} \right| \end{aligned}$$

передатних функцій аналізованого вібростенда для узагальнених координатах $x(t)$ і $\psi(t)$ (криві 1 і 2 відповідно), отримані за відсутності налаштування, що забезпечує компенсацію паразитних кутових коливань платформи, де

$$\begin{aligned} W_x &= M(j\omega)^2 + \sum_{i=3}^{10} (h_i(j\omega) + c_i), \\ W_{x\psi} &= \sum_{i=3}^{10} y_{in} (h_i(j\omega) + c_i), \\ W_y &= M(j\omega)^2 + \sum_{i=11}^{18} (h_i(j\omega) + c_i), \\ W_{y\psi} &= \sum_{i=11}^{18} x_{in} (h_i(j\omega) + c_i), \\ W_\psi &= J_{zz}(j\omega)^2 + \left(\sum_{i=3}^{10} y_{in}^2 h_i + \sum_{i=11}^{18} x_{in}^2 h_i \right) (j\omega) + \sum_{i=3}^{10} y_{in}^2 c_i + \sum_{i=11}^{18} x_{in}^2 c_i. \end{aligned}$$

Як можна помітити, у цьому випадку вібростенду властиві інтенсивні кутові коливання $\psi(t)$, сумірні за частот $\omega > 110$ рад/с з амплітудами корисних поступальних вібрацій $x(t)$. Застосуємо до вібростенда розглянуте налаштування основних і додаткових змушувальних сил F_1, F_2, F_4 , та тих, що забезпечують виконання умов (6.14), (6.15). Для цього приведемо рівняння (6.27), (6.28) і (6.30) до вигляду

$$F_1(j\omega) = W_3(j\omega) x^*(j\omega),$$

$$F_2(j\omega) = W_4(j\omega) y^*(j\omega),$$

$$F_4(j\omega) = W_5(j\omega) x^*(j\omega),$$

де $W_{3,4}(j\omega) = 16(j\omega)^2 + 4 \cdot 10^2(j\omega) + 25 \cdot 10^4,$

$$W_5(j\omega) = \frac{x_{2B}W_y - y_{1B}W_x + W_{x\psi} - W_{y\psi}}{y_{4B}}.$$

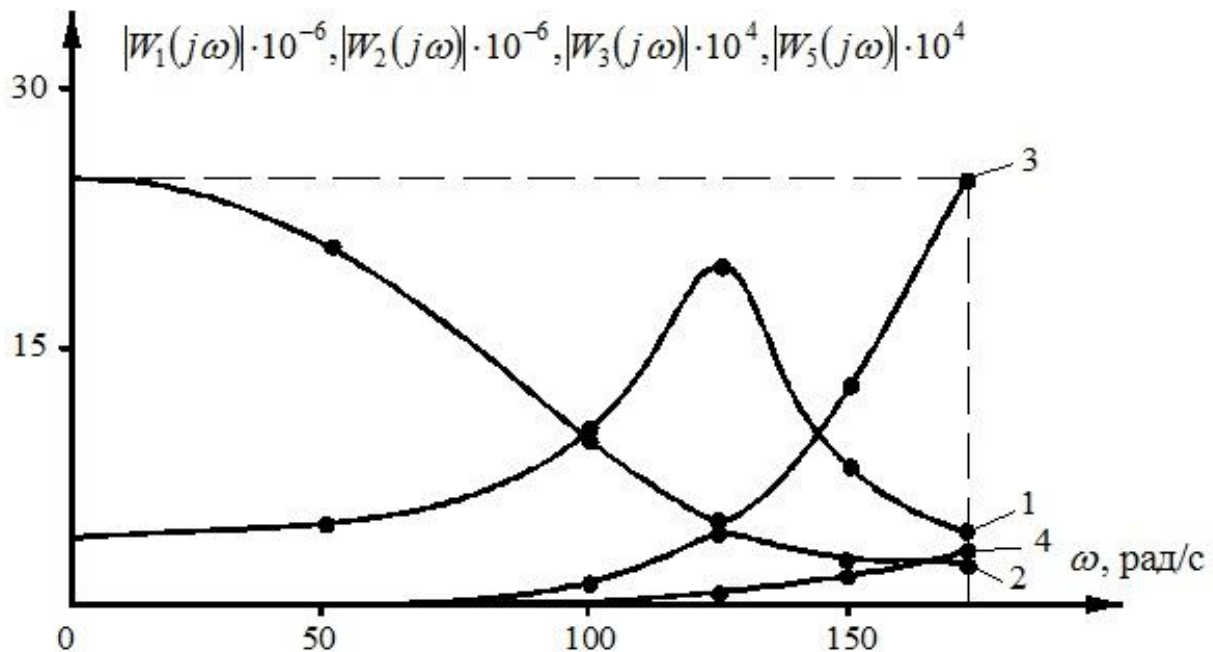


Рисунок 6.13 – Амплітудно-частотні характеристики вібростенда

Фізичну реалізованість компенсації кутових коливань платформи стенда визначимо, враховуючи обмеженість потужності вібробудників стенда, умовою

$$|W_5(j\omega)| \leq |W_3(j\omega)|, \quad (6.37)$$

а область робочих частот $(0 - \omega_p)$ вібростенда – умовою $|W_3(j\omega)| \leq |W_3(0)|$.

Розрахункові амплітудно-частотні характеристики передатних функцій $W_{3,5}(j\omega)$, представлені кривими 3, 4 на рисунку 6.13, задовольняють умові (6.37). Отже, компенсація паразитних кутових коливань платформи аналізованого стенда фізично реалізовується, а налаштування змушувальних сил, F_1, F_2, F_4 , за запропонованою методикою забезпечує $\psi(t) \rightarrow 0$ (умова

(6.15)) у діапазоні частот $(0 - \omega_p)$, тобто зниження рівнів кутових коливань платформи на величину $|W_2(j\omega) F_1(j\omega)|$ рад для кожної частоти $\omega \in \{0, \omega_p\}$. Це підвищує точність відтворення на платформі стенда заданої багатокоординатної поступальної вібрації, а, отже, і достовірність визначуваних показників вібронадійності випробовуваного об'єкта.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Божко А. Е. Пространственное вибровозбуждение / А. Е. Божко, А. В. Гноевой, В. П. Шпачук. – Киев: Наук. думка, 1987. – 192 с.
2. Быховский И. И. Основы теории вибрационной техники / И. И. Быховский. – М. : Машиностроение, 1969. – 364 с.
3. Генкин М. Д. Вибрации в технике. Т. 5. Измерения и испытания: справочник / М. Д. Генкин. – М. : Машиностроение, 1981. – 496 с.
4. Иориш Ю. И. Виброметрия / Ю. И. Иориш. – М. : Машгиз, 1963. – 771 с.
5. Клюев В. В. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара. Т. 1., Т. 2. : справочник / В. В. Клюев. – М. : Машиностроение, 1978.
6. Клюев В. В. Испытательная техника. Т. 1., Т. 2. : справочник / В. В. Клюев. – М. : Машиностроение, 1982.
7. Шпачук В. П. К проблеме испытаний объектов пространственной структуры на виброненадежность, реализующих эффект синергизма / В. П. Шпачук // Прикладная механика. – 2005. – № 7. – С. 116–121.
8. Shpachuk V. P. Analysis of features of multicoordinate vibration of three-dimensional objects / V. P. Shpachuk // International Applied Mechanics. Springer US. 1994. – Vol. 30. – № 1. – pp. 70–76.
9. Shpachuk V. P. The synergetic effect in space-structure objects under multicoordinate vibration loading / V. P. Shpachuk // International Applied Mechanics. Springer US. 1999. – Vol. 35. – № 10. – pp. 1076–1080.
10. Shpachuk V. P. Problem of Vibration Testing of Space Structures / V. P. Shpachuk // International Applied Mechanics. Springer US. 2005. – Vol. 41. – № 7. – pp. 805–808.
11. Шпачук В. П. К синтезу системы вибрационных испытаний объектов пространственной структуры на устойчивость функционирования / В. П. Шпачук // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. – 1993. – № 3. – С. 107–112.
12. Шпачук В. П. К анализу особенностей многокоординатной вибрации объектов пространственной структуры / В. П. Шпачук // Прикладная механика. – 1994. – № 1. – С. 82–89.
13. Шпачук В. П. Особенности проявления синергетического эффекта в объектах пространственной структуры при многокоординатном виброн нагружении / В. П. Шпачук // Прикладная механика. – 1999. – № 10. – С. 108–112.
14. Шпачук В. П. Про особливості взаємодіювальної дії багатокординатної вібрації при випробуваннях на віброн адійність / В. П. Шпачук, М. О. Головченко // Машинознавство. – 2000. – № 6. – С. 15–18.
15. Шпачук В. П. К проблеме испытаний объектов пространственной структуры на виброненадежность, реализующих эффект синергизма / В. П. Шпачук // Прикладная механика. – 2005. – № 7. – С. 116–121.
16. Shpachuk V. P. Effect of mutually amplifying action two coordinate shock loading in problems of dynamics of knots of machines / V. P. Shpachuk // Scientific Bulletin of National Mining University. Scientific and technical journal. – 2016. – № 6 (156). – pp. 89–94.

17. Шпачук В. П. К исследованию параметров вибрационной активности объектов пространственной структуры на базе амплитудно-скважностно-временных характеристик / В. П. Шпачук, Е. А. Головина // Коммунальное хозяйство городов. – Киев: Техника, 2006. – № 72. – С. 226–234.
18. Шпачук В. П. Методи й установки для випробувань на багатокординатний зовнішній вібраційний вплив / В. П. Шпачук, В. В. Дудко, І. В. Костенко // Комунальне господарство міст. – Київ: Техніка, 2015. – № 120. – С. 12–20.
19. Шпачук В. П. Синергетичний ефект стосовно задач вібраційної активності об'єктів просторової структури / В. П. Шпачук, Г. О. Нікітіна // Вестник НТУ «ХПИ»: темат. вып. «Динамика и прочность машин». – 2009. – № 42. – С. 183–196.
20. Шпачук В. П. К исследованию эргономических характеристик движения рельсового транспортного средства с учетом эффекта синергизма многокомпонентного кинематического возбуждения / В. П. Шпачук А. В. Коваленко, А. А. Никитина, В. В. Дудко // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – № 2/5 (44). – С. 26–31.
21. Божко А. Е. Компенсация угловых колебаний платформы трехкоординатного силового поступательного вибростенда / А. Е. Божко, В. П. Шпачук // Машиностроение. – 1981. – № 1. – С. 119–124.
22. Божко А. Е. Двух(трех)координатные поступательные вибростенды для исследования виброактивности и вибронагруженности агрегатов и узлов подвижных объектов / А. Е. Божко, В. П. Шпачук // Надежность и долговечность машин. – 1990. – № 1. – С. 52–56.
23. Божко А. Е. Условия компенсации угловых колебаний в пространственных вибростендах / А. Е. Божко, В. П. Шпачук // Машиностроение. – 1981. – № 5. – С. 26–33.
24. Карпушин В. Б. Виброшумы радиоаппаратуры / В. Б. Карпушин. – М. : Сов. радио, 1977. – 320 с.
25. Ленк А. Механические испытания приборов и аппаратуры / А. Ленк, Ю. Ренитц. – М. : Мир, 1976. – 270 с.
26. Ганиев Р. Ф. Колебания твердых тел / Р. Ф. Ганиев, В. О. Кононенко. – М. : Наука, 1976. – 432 с.
27. Шпачук В. П. Стикова динаміка трамвая / В. П. Шпачук, В. Х. Далека, А. В. Коваленко. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 205 с.
28. Добрынин С. А. Методы автоматизированного исследования вибрации машин: Справочник / С. А. Добрынин, М. С. Фельдман, Г. И. Фирсов. – М. : Машиностроение, 1987. – 224 с.
29. Бекцинов Ц. Д. Анализ резонансных режимов в нелинейной системе при бигармоническом возмущении / Ц. Д. Бекцинов // Прикладная механика. – 1975. – № 11. – С. 94–98.
30. Бондарь Н. Г. Нелинейные стационарные колебания / Н. Г. Бондарь. – Киев : Наук. думка, 1974. – 211 с.
31. Пановко И. Л. Основы прикладной теории колебаний и удара / И. Л. Пановко. – Л. : Машиностроение, 1976. – 320 с.

32. Рубаник В. П. О взаимном влиянии гармоник в нелинейных колебательных системах / В. П. Рубаник // Изв. вузов. Машиностроение. – 1967. – № 3. – С. 43–49.
33. Чекмарев А. И. Взаимное влияние гармоник в нелинейных системах / А. И. Чекмарев // Динамика и прочность коленчатых валов. – М. : Изд-во АН СССР, 1950. – С. 75–96.
34. Божко А. Е. Воспроизведение полигармонических вибраций при стендовых испытаниях / А. Е. Божко, А. Л. Штейнвольф. – Киев : Наук. думка, 1985. – 168 с.
35. Туник А. А. Цифровые и гибридные способы управления спектральными характеристиками случайных процессов / А. А. Туник, Б. Ю. Мандровский-Соколов, В. Н. Пойда и др. // Кибернетика и вычислит. техника. – 1973. – № 20. – С. 110–117.
36. А.с. 445871 СССР, МКИ G 01 М 7/00. Двухкоординатный испытательный стенд / Мокроусов Л. М. – Оpubл. 25.11.74, Бюл. № 37.
37. А.с. 157135 СССР, МКИ G 01 М 7/00. Вибрационный стенд / Бердников Н. К., Иванов Г. А. – Оpubл. 25.09.63, Бюл. № 17.
38. Пат. 3318139 США, МКИ G- 01 m 7/00. Устройство для передачи усилий со многими степенями свободы / Крук Р. – Оpubл. 09.05.67.
39. Пат. 3691822 США, МКИ G 01 m 7/00. Гибкая опорная конструкция для испытания на вибропрочность / Пекард Ч. – Оpubл. 19.09.72.
40. А.с. 849030 СССР, МКИ³ G 01 М 7/00. Трехкоординатный вибростенд / Божко А. Е., Гноевой А.В., Шпачук В. П. и др. – Оpubл. 23.07.81, Бюл. № 27.
41. А.с. 243922 СССР, МКИ G 01 М 7/00. Сейсмоплатформа / Тябликов Ю. Е., Оганесян А. Т., Морозов Ю. Н. и др. – Оpubл. 29.09.69, Бюл. № 17.
42. А.с. 488625 СССР, МКИ В 06 в 1/10. Трехкоординатный механический вибростенд / Сляднев М. А., Гайсинский М. М. – Оpubл. 16.01.75, Бюл. № 39.
43. Власенков В. М. Многокомпонентные динамические испытательные стенды / В. М. Власенков, А. Я. Шайденко // Авиац. промышленность. – 1972. – № 8. – С. 79–82.
44. Пат. 3800588 США, МКИ G 01 m 29/00/ Система управления вибростендом с несколькими гидравлическими вибровозбудителями / Ларсон Р. – Оpubл. 02.04.74.
45. А.с. 336554 СССР, МКИ G 01 И 7/00. Вибростенд / Оганесян А. Т., Бугаев А. И. – Оpubл. 19.07.72, Бюл. № 14.
46. А.с. 815548 СССР, МКИ³ G 01 М 7/00, Многокоординатный стенд / Божко А. Е., Савченко В. И., Шпачук В. П. – Оpubл. 23.03.81, Бюл. № 11.
47. А.с. 283641 СССР, МКИ G 01 М 7/00. Двухмерный сейсмостенд / Голубев В. А., Журавлев А. М., Лебедев И. Ф. и др. – Оpubл. 08.04.70, Бюл. № 31.
48. Пат. 49-7171 Япония, МКИ G 01 n 3/38. Виброотенд / Кокусай К. – Оpubл. 19.02.74.

49. А.с. 815548 СССР, МКИ³ G 01 М 7/00, Многокоординатный стенд / Божко А. Е., Савченко В. И., Шпачук В. П. – Оpubл. 23.03.81, Бюл. № 11.
50. Божко А. Е. К анализу стендовых испытаний объектов на виброненадежность при многокоординатных динамических воздействиях / А. Е. Божко, В. П. Шпачук // Вибротехника. – 1987. – № 2. – С. 41–46.
51. А.с. 456168 СССР, МКИ G 01 М 7/00. Стенд для испытания изделий на вибрации, действующие по ортогональным направлениям / Дзенкевич В. И., Комаров Ю. И., Сазонов В. А. и др. – Оpubл. 05.12.75, Бюл. № 1.
52. А.с. 560152 СССР, МКИ² G 01 М 7/00. Трехкомпонентный вибростенд / Занин Ю. Г., Клочко В. А., Гречинский Д. А. и др. – Оpubл. 04.07.77, Бюл. № 20.
53. А.с. 1076797 СССР, МКИ³ G 01 М 7/00. Трехкоординатный стенд для испытаний изделий на виброударные нагрузки / Бирюков М. П., Киенский В. В., Резниченко Ю. А. – Оpubл. 28.02.84, Бюл. № 8.
54. Пат. 51-46417 Япония, МКИ G 01 N 3/32. Вибростенд для одновременных вибраций по двум осям / Мицубиси дзюкоге. – Оpubл. 09.12.76.
55. Пат. 2377032 Франция, МКИ G 01 М 7/00. Двухосная виброиспытательная установка / Лемонд Р., Дусетор Б. – Оpubл. 08.09.78.
56. Гетманов А. Г. Автоматическое управление вибрационными установками / А. Г. Гетманов, П. И. Дехтяренко, Б. Ю. Мандровский-Соколов и др. – М. : Энергия, 1978. – 112 с.
57. Горелов Л. С. Управление многомерной вибрацией с помощью ЭВМ / Л. С. Горелов, Ю. Ф. Коваль, Ю. Б. Палагин // Методы, средства и метрологическое обеспечение испытаний изделий : материалы конференций. – М. : МЛН1П, 1985. – С. 93–98.
58. Кузнецов А. А. Вибрационные испытания элементов и устройств автоматики / А. А. Кузнецов. – М. : Энергия, 1976. – 120 с.
59. Кунцевич В. М. Об управлении виброиспытаниями с помощью ИВК / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак, Н. К. Бровдий // Методы, средства и метрологическое обеспечение испытаний изделий : материалы конференции. – М. : МДНТП, 1985. – С. 89–93.
60. Рыгалин В. Г. Системы управления вибрационными установками с гальванически развязанными обратными связями / В. Г. Рыгалин, А. Б. Соболев // Измер. техника. – 1979. – № 2. – С. 33–34.
61. Черепов В. Ф. Аппаратура автоматического управления электродинамическими вибрационными установками / В. Ф. Черепов, Ю. В. Веселов, В. М. Кузин. – Л. : ЛДНТП, 1972. – 47 с.
62. А.с. 824144 СССР, МКИ³ G 05 В 19/02. Система управления вибростендом / Божко А. Е., Шпачук В. П. – Оpubл. 23.04.81, Бюл. № 15.
63. А.с. 840803 СССР, МКИ³ G 05 В 19/02. Система управления вибростендом / Божко А. Е., Савченко В. И., Шпачук В. П. и др. – Оpubл. 25.06.81, Бюл. № 23.
64. А.с. 877483 СССР, МКИ³ G 05 D 15/00. Вибростенд / Божко А. Е., Шпачук В. П., Пушня В. А. и др. – Оpubл. 30.10.81, Бюл. № 40.

65. А.с. 941933 СССР, МКИ³ G 05 В 19/02, Система управления вибростендом / Божко А. Е., Савченко В. И., Шпачук В. П. и др. – Оpubл. 07.07.82, Бюл. № 25.
66. Коловский М. З. Нелинейная теория виброзащитных систем / М. З. Коловский. – М. : Наука, 1966. – 317 с.
67. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1970. – 720 с.
68. Божко А. Е. Воспроизведение вибраций / А. Е. Божко. – Киев: Наук. думка, 1975. – 190 с.
69. Божко А. Е. Критерии точности при испытаниях на пространственные вибрации / А. Е. Божко, В. П. Шпачук // Измерительная техника. – 1980. – № 7. – С. 32–34.
70. Березин М. С. Методы вычислений / М. С. Березин, Н. П. Жидков. – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – Т. 2. – 464 с.
71. Plakhtienko N. P. Double non-stationary phase - frequency resonance of oscillatory systems / N. P. Plakhtienko // Int. Appl. Mech. – 2002. – 38, № 1. – pp. 135–141.
72. Senchenkov I. K., Modeling the Termomechanikal Behavior of Physically Nonlinear Materials under Monoharmonic Loading / I. K. Senchenkov, Y. A. Zhuk, V. G. Karnaukhov // Int. Appl. Mech. – 2004. – 40, № 9. – pp. 943–969.
73. Шпачук В. П. Динамическая модель многомерного объекта испытаний с учетом типа пространственного виброн нагружения / В. П. Шпачук, М. О. Головченко // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – 2000. – № 6. – С. 116–121.
74. Дубинский А. М. Стендовые испытания и регулировка оптико-электронных приборов / А. М. Дубинский, Э. Д. Панков. – М. : Машиностроение, 1986. – 186 с.
75. Божко А. Е. Автоматизированная система для диагностики вибропрочности объектов машиностроения / А. Е. Божко, В. И. Савченко, Е. А. Личкатый и др. // Вибротехника. – 1984. – № 1. – С. 57–65.
76. Божко А. Е. Резонансные виброиспытательные системы / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый, О. Ф. Полищук и др. – Киев : Наук. думка, 1992. – 248 с.
77. Кухтенко А. И. Проблема инвариантности в автоматике / А. И. Кухтенко. – Киев : Гостехиздат УССР, 1963. – 376 с.
78. Аверьянова В. Г. Геометрическая интерпретация колебаний упруго-подвешенного твердого тела / В. Г. Аверьянова, Ф. М. Диментберг // Изв. АН СССР, Механика и машиностроение. – 1964. – № 6. – С. 10–19.
79. Кошечев В. М. Анализ сложных вибрационных перемещений упруго-подвешенного тела при гармоническом возмущении / В. М. Кошечев // Прикладная механика. – 1977. – Т. XIII, № 2. – С. 91–96.

Наукове видання

ШПАЧУК Володимир Петрович

**СИНЕРГЕТИЧНИЙ ЕФЕКТ
У ДИНАМІЦІ БАГАТОВИМІРНИХ
МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ**

МОНОГРАФІЯ

Відповідальний за випуск *В. О. Пушня*

Редактор *О. В. Михаленко*

Комп'ютерне верстання *Є. Г. Панова*

Дизайн обклашки *Т. А. Лазуренко*

Підп. до друку 22.12.2016
Друк на ризографі
Зам. №

Формат 60×84/16
Ум. друк. арк. 5,3
Тираж 300 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002
Електронна адреса: rektorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017